



Lehrstuhl für Baumechanik
Technische Universität München

Masterarbeit Nr.: 183

Identifikation der Materialparameter einer Brettsperrholzdecke
durch Kalibrierung eines numerischen Modells mit gemessenen
Eigenfrequenzen

Axel Greim

Masterarbeit im Studiengang Bauingenieurwesen
Vertiefungsrichtung Baumechanik

Referent : Univ.-Prof. Dr.-Ing. Gerhard Müller
Betreuer : Dr.-Ing. Martin Buchschmid
Mathias Kohrmann, M.Sc.
Eingereicht : 27. November 2012

Abstract

This thesis deals with the topic „Identification of the Material Parameters of a cross-laminated Timber Ceiling by Calibration of a numerical Model with measured Eigenfrequencies“. It was written in the scope of the research project „Planning Guides for the Description of the acoustical Specifications and Vibrations of Wooden Ceilings and for the Evaluation of adjusted Protection Systems against Vibrations“, which is performed at the chair of structural mechanics at the Technical University of Munich in cooperation with the laboratory for measurements in technical acoustics at the University of Rosenheim.

At the beginning of this thesis is a description of the used material model (constitutive equation) for an orthotropic (i.e. orthogonal anisotropic) material. It follows a short statement on the investigated type of ceiling and on the experimental setup. Chapter 3 is subsequently about the used numerical model and how the eigenfrequencies are calculated. The identification of the material parameters is done with two different optimization algorithms. The objective function, which is minimized during the optimization process, for both algorithms is the difference between the calculated and the measured results. At first a grid search is used to identify a configuration near the global minimum. Afterwards this configuration is used as the starting point for a steepest descent algorithm and the minimum is so identified more precisely.

Keywords:

- modelupdating
- optimisation algorithm
- steepest descent
- orthotropic material
- constitutive equation
- cross-laminated timber plate
- FEM
- modal analysis

Erklärungen

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe angefertigt zu haben. Die verwendete Literatur und sonstige Hilfsmittel sind vollständig angegeben.

München, 25. November 2012

Axel Greim

Inhaltsverzeichnis

Abstract	III
Erklärungen	IV
Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	VIII
1 Einleitung	1
2 Beschreibung des untersuchten Deckensystems	3
2.1 Holz als anisotroper, elastischer Festkörper	3
2.2 Eigenschaften und Herstellung von Brettsper Holz	10
2.3 Versuchsaufbau	12
3 Finite Elemente Modell	16
3.1 Modellbeschreibung	16
3.1.1 Brettsper Holzplatte	17
3.1.2 Lagerung	20
3.1.3 Kopplung der Plattenstreifen	24
3.2 Modalanalyse	25
3.2.1 Theoretische Grundlagen	25
3.2.2 Umsetzung in ANSYS®	27
3.3 Konvergenzstudie	29
4 Verwendete Messergebnisse	35
4.1 Dichte der Brettsper Holzplatten	35
4.2 Eigenformen, Eigenfrequenzen und Dämpfung	36
5 Identifikation der Steifigkeitsparameter	39
5.1 Schnittstelle zwischen MATLAB® und ANSYS®	39
5.1.1 Ausführung von ANSYS® im Batch-Modus	39
5.1.2 Datenaustausch	41
5.2 Modellabgleich durch Optimierung	46
5.2.1 Grundlagen	47
5.2.2 Rastersuche	49
5.2.3 Gradientenbasiertes Verfahren	53
5.2.4 Ergebnisse	55

5.3	Abschließender Vergleich mit weiteren Messergebnissen	60
5.3.1	Harmonische Analyse	60
5.3.2	Vergleich mit anderen Deckenelementen	63
6	Zusammenfassung	66
A	Anhang	68
A.1	Verwendete Software	68
A.1.1	ANSYS®	68
A.1.2	MATLAB®	68
A.2	Dateien auf beiliegender CD	69
A.2.1	ANSYS®-Eingabedateien (*.mac)	69
A.2.2	MATLAB®-Dateien (*.m)	69
A.2.3	Textdateien (*.txt)	70
	Literaturverzeichnis	71

Abbildungsverzeichnis

2.1	Koordinatensystem im Holz	5
2.2	Material mit einer Symmetrieebene	6
2.3	mögliche Schnittarten von Holzbrettern	10
2.4	Schnitt durch eine Brettsperrholzplatte	11
2.5	Deckenprüfstand	13
2.6	Deckenprüfstand - Ansicht von unten	13
2.7	Foto der Details im Prüfstand	14
2.8	Ausbildung der Details im Prüfstand	14
3.1	Isometrieansicht des verwendeten FE-Modells	17
3.2	SOLID185-Element	18
3.3	Kopplung zwischen Brettsperrholzplatte und Elastomerstreifen	21
3.4	Kopplung von Elastomer an Holz mit VGLUE	23
3.5	FE-Netz nach Kopplung von Elastomer an Holz mit VGLUE	23
3.6	Beispiele für Eigenformen	28
3.7	Konvergenzdiagramme	31
3.8	Legende zu den Konvergenzdiagrammen	32
3.9	Modellierung der Plattenverbindungen	32
3.10	Mode 19'	33
3.11	Mode 19	33
5.1	Der ANSYS Product Launcher	40
5.2	Ablaufschema der Interaktion zwischen MATLAB® und ANSYS®	46
5.3	konvexe und nicht-konvexe Funktionen	49
5.4	Plot aller berechneten Werte der Zielfunktion bei der Rastersuche	52
5.5	Verläufe der Zielfunktion während der Optimierung	60
5.6	berechnete Frequenzgänge (4 gekoppelte Elemente, Dicke: 105 mm)	62
5.7	gemessene Frequenzgänge (4 gekoppelte Elemente, Dicke: 105 mm)	62
5.8	berechnete Frequenzgänge (4 gekoppelte Elemente, Dicke: 162 mm)	65
5.9	gemessene Frequenzgänge (4 gekoppelte Elemente, Dicke: 162 mm)	65

Tabellenverzeichnis

4.1	Masse der Deckenelemente	35
4.2	gemittelte Messergebnisse der einzelnen Deckenelemente	37
4.3	Messergebnisse für zwei gekoppelte Deckenelemente	37
4.4	Messergebnisse für vier gekoppelte Deckenelemente	38
5.1	Raster für die Steifigkeitswerte des Holzes	50
5.2	Raster für den E-Modul des Elastomers	50
5.3	optimale Parameterkonfiguration nach Rastersuche	52
5.4	Optimierungsergebnisse bei separater Betrachtung der Messungen	56
5.5	Optimierungsergebnis nach Einbeziehung aller Messungen	58
5.6	Vergleich der gemessenen und der berechneten Eigenfrequenzen für Leno® 105	59
5.7	Vergleich der gemessenen und der berechneten Eigenfrequenzen für Leno® 162	64

1 Einleitung

Im Zuge der in Deutschland politisch forcierten Energiewende steigt die Nachfrage nach sowohl wirtschaftlich als auch ökologisch nachhaltigen Bauweisen. Dadurch kann der Holzbau in Deutschland zunehmend Marktanteile erobern. So erhöhte sich die Quote der genehmigten Gebäude in Holzbauweise im Wohnungsbau von 12,0 % im Jahr 1998 auf 15,5 % im Jahr 2010. Die Quote der genehmigten Nichtwohngebäude stieg im gleichen Zeitraum sogar von 11,8 % auf 19,6 % [Holzbau Deutschland 2012].

Die wirtschaftliche und ökologische Nachhaltigkeit wird durch eine hohe Wärmedämmung der Außenwände (bis hin zum Passivhaus) garantiert. Durch den geringen Energieverbrauch sind geringe Betriebskosten in Zeiten steigender Energiepreise gesichert und es werden CO₂-Emissionen vermieden. Ein zusätzlicher Aspekt der ökologischen Nachhaltigkeit von Holzbauten ist die Tatsache, dass bei ihrer Herstellung im Vergleich zu den anderen etablierten Bauweisen (Stahl- und Betonbau) nur sehr geringe Mengen CO₂ (für Verarbeitung und Transport) anfallen. Während seiner Lebensdauer „speichert“ ein Holzbau CO₂ und bewirkt damit eine Senkung des CO₂-Gehalts in der Atmosphäre. So gibt z.B. die Firma MetsäWood die Menge an gebundenem CO₂ (nach Abzug der Menge, die für Produktion und Bereitstellung anfällt) für ihr Brettsperrholz mit $715 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ an [Metsä Wood Merk GmbH 2012].

Holz besitzt bezogen auf sein Eigengewicht hervorragende mechanische Eigenschaften. Die daraus resultierende leichte Bauweise führt allerdings dazu, dass Holzbauten mit größeren Deckenspannweiten (welche besonders im wachsenden Sektor der Nichtwohngebäude vorkommen) leicht zu Schwingungen anregbar sein können und somit die Anforderungen aus der Gebrauchstauglichkeit nur mit großem Aufwand erfüllen können. So sind diese Strukturen speziell im Frequenzbereich unter 100 Hz anfällig für personeninduzierte Schwingungen, Trittschall aber auch sekundären Luftschall [Kohrmann u. a. 2012]. Um die Ursachen dieser Probleme besser beschreiben zu können und Vorschläge zu deren Vermeidung zu erarbeiten wird am Lehrstuhl für Baumechanik der TU München in Kooperation mit dem Labor für Schallmesstechnik der Hochschule Rosenheim ein Forschungsprojekt mit dem Titel „Planungshilfen zur schall- und schwingungstechnischen Beschreibung von Holzdecken und zur

Bewertung von angepassten Schwingungsschutzsystemen“ [Völzl u. a. 2012] durchgeführt. In diesem Projekt werden u.a. Deckenelemente aus Brettsperrholz untersucht. Brettsperrholz ist ein Produkt, welches durch die kreuzweise Verleimung einzelner Brettschichten die von linienförmigen Bauteilen dominierte Palette der Konstruktionselemente aus Holz um ein scheiben-/plattenförmiges Element erweitert. Es werden natürliche Schwankungen der Materialeigenschaften ausgeglichen und durch den Absperreffekt ist es zudem sehr formstabil [Metsä Wood Merk GmbH 2012]. Im Rahmen des Forschungsprojekts werden im Deckenprüfstand der Hochschule Rosenheim Schwingungsmessungen durchgeführt und die daraus resultierende experimentelle Modalanalyse mit der Modalanalyse an einem parametrischen Finite Elemente Modell verglichen. Damit ist ein „Eichen“ des Modells möglich und es wird sichergestellt, dass das Modell möglichst genau der Wirklichkeit entspricht. Somit können die Eigenfrequenzen auch für Deckenelemente mit anderem Lagenaufbau, anderer Spannweite etc. relativ genau berechnet werden.

Die zu bestimmenden Parameter bei der Modellanpassung sind die elastischen Materialeigenschaften des Holzes. Zum einen unterliegen diese natürlichen Schwankungen z.B. durch die Wuchsform oder Holzfeuchte, zum anderen werden sie vom Herstellungsprozess des Brettsperrholzes beeinflusst. Sie sind also zunächst nur grob abschätzbar. Für die Beschreibung der mechanischen Materialeigenschaften von Holz hat sich das elastisch orthotrope (=orthogonal-anisotrope) Kontinuum durchgesetzt [Lieblang 2000]. Für dieses Materialmodell werden neun elastische Kenngrößen benötigt. Ziel dieser Masterarbeit ist die Bestimmung dieser Kenngrößen für die vorliegenden Deckenelemente durch oben beschriebenen Modellabgleich. Dazu wird in Kapitel 2 zunächst das soeben erwähnte Materialmodell erklärt. Anschließend wird kurz der Herstellungsprozess von Brettsperrholz und dessen Einfluss auf die Materialeigenschaften sowie das untersuchte Deckensystem beschrieben. In Kapitel 4 folgt eine Zusammenfassung der Ergebnisse der Schwingungsmessungen an der Hochschule Rosenheim, welche die Grundlage für diese Arbeit darstellen. Kapitel 3 enthält eine Beschreibung des verwendeten Finite Elemente Modells und dessen Implementierung in ANSYS®. Der Kern der Arbeit besteht in der Ermittlung der elastischen Steifigkeitsparameter. Der hierfür durchgeführte Abgleich von Modell und Messung mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus wird in Kapitel 5 beschrieben.

2 Beschreibung des untersuchten Deckensystems: Material, Herstellung und Versuchsaufbau

Als Grundlage für den Angleich des Finite Elemente Modells an die Messergebnisse wird in diesem Kapitel zunächst das verwendete Material und das mechanische Modell dafür, sowie der Versuchsaufbau im Deckenprüfstand beschrieben. Die Durchführung und Auswertung der Messungen ist nicht Teil dieser Arbeit und wird hier nicht erläutert.

2.1 Holz als anisotroper, elastischer Festkörper

Die allgemeine konstitutive Gleichung, welche den Zusammenhang zwischen dem Spannungs- und dem Dehnungstensor beschreibt, lautet für ein linear-elastisches Material:

$$\sigma_{ij} = C_{ij}^{kl} \varepsilon_{kl} \quad (2.1)$$

Die Indizes laufen jeweils von 1 bis 3, so dass im allgemeinen Fall der Spannungs- und der Dehnungstensor jeweils $3 \times 3 = 9$ Einträge haben und der Materialtensor $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ Einträge hat.

Aufgrund der Gegenseitigkeit der Schubspannungen sind der Spannungs- und der Dehnungstensor symmetrisch und somit durch nur 6 Einträge eindeutig bestimmt. Sie lassen sich durch

die *Voigtsche* Terminologie¹ in einem Vektor darstellen [Lieblang 2000]:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \text{sym} & & \sigma_{33} \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad \text{analog:} \quad \varepsilon_{kl} \longrightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Aus dieser Symmetrie folgt für den Materialtensor, dass seine Komponenten mit innerhalb des oberen bzw. unteren Indexpaares vertauschten Indizes gleich sein müssen [Grimsel 1999].

$$C_{ij}^{kl} = C_{ji}^{kl} = C_{ij}^{lk} = C_{ji}^{lk} \quad (2.3)$$

Somit lassen sich die 81 Komponenten auf eine 6 x 6 Matrix reduzieren.

Für den Fall, dass ein elastisches Potential für jedes Volumenelement Π_{iV} existiert (was nach Lieblang [2000] für Holz allgemein angenommen wird), kann man die Spannung σ_{ij} durch

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Pi_{iV}}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (2.4)$$

ableiten [Müller 2010]. Da bei höheren partiellen Ableitungen die Reihenfolge vertauscht werden darf, gilt:

$$\frac{\partial^2 \Pi_{iV}}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} = \frac{\partial^2 \Pi_{iV}}{\partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{ij}} \quad (2.5)$$

und somit:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} = C_{ij}^{kl} = \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}} = C_{kl}^{ij} \quad (2.6)$$

Das bedeutet, dass die 6 x 6 Materialmatrix ebenfalls symmetrisch ist und somit nur 21 verschiedene Einträge besitzt. Dadurch lässt sich die konstitutive Gleichung (2.1) für ein allgemein anisotropes Material unter der Annahme der Existenz eines elastischen Potentials

¹benannt nach dem Physiker Woldemar Voigt (*1850, †1919)

folgendermaßen schreiben:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{11} & C_{11}^{22} & C_{11}^{33} & C_{11}^{23} & C_{11}^{13} & C_{11}^{12} \\ & C_{22}^{22} & C_{22}^{33} & C_{22}^{23} & C_{22}^{13} & C_{22}^{12} \\ & & C_{33}^{33} & C_{33}^{23} & C_{33}^{13} & C_{33}^{12} \\ & & & C_{23}^{23} & C_{23}^{13} & C_{23}^{12} \\ & \text{sym} & & & C_{13}^{13} & C_{13}^{12} \\ & & & & & C_{12}^{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

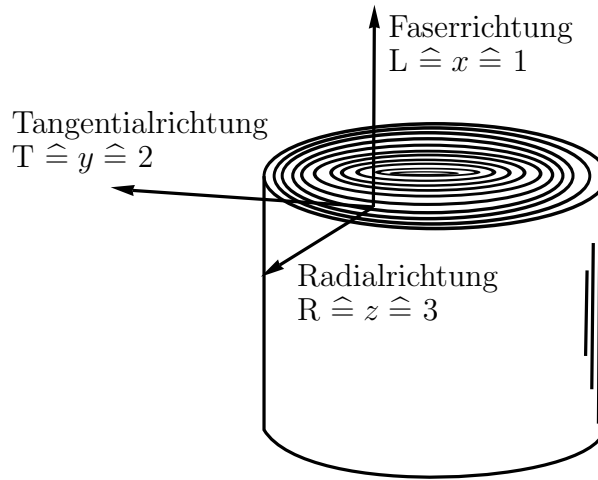


Abbildung 2.1: Koordinatensystem im Holz

Die elastischen Eigenschaften des Holzes hängen stark von seiner Anatomie (z.B. Faser-
verlauf) ab. Es können drei Hauptrichtungen (L, T, R) unterschieden werden (Abbildung
2.1). Diesen drei Hauptrichtungen lassen sich in guter Näherung drei zueinander senkrechte
Hauptachsen x , y und z zuordnen [Gülzow 2008]. Diese kartesischen Koordinatenrichtungen
ersetzen in dem mit Gleichung (2.7) beschriebenen Materialmodell die Richtungen 1, 2 und 3:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & \text{sym} & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Dabei werden die ursprünglich vier Indizes einer jeden Komponente des Materialtensors
nach der *Voigtschen* Terminologie paarweise zusammengefasst: Doppelt auftretende Indizes

werden nur einfach geschrieben und unterschiedliche Indizes nach dem Muster $9 - i - j$ zusammengezogen [Grimsel 1999]. Das tief gestellte Paar wird schließlich vor das hoch gestellte geschrieben. Beispiel: $\frac{22}{11} \longrightarrow 12, \frac{12}{13} \longrightarrow 56$

Nach Lieblang [2000] ist das Material Holz zu allen drei Koordinatenebenen aus Abbildung 2.1 symmetrisch. Die Symmetrie bezüglich der $x - y$ Ebene gilt nur, falls das betrachtete Volumen so groß ist, dass der schroffe Übergang von Spät- zu Frühholz (Jahrringe) nicht ins Gewicht fällt. Da die drei Symmetrieebenen orthogonal zueinander stehen, spricht man von einem orthogonal-anisotropen (=orthotropen) Material.

Abbildung 2.2 zeigt eine Symmetrieebene ($y - z$ Ebene) des Holzes mit einem Referenzkoordinatensystem x, y, z bzw. einem an der Symmetrieebene gespiegeltem Koordinatensystem $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$. Bezieht man sich bei der Beschreibung der Deformation einmal auf die ungespiegelte und einmal auf die gespiegelte Konfiguration, so erhält man aus der Vorzeichenkonvention für die Komponenten des Spannungstensors:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\bar{x}\bar{x}} \\ \sigma_{\bar{y}\bar{y}} \\ \sigma_{\bar{z}\bar{z}} \\ \sigma_{\bar{y}\bar{z}} \\ -\sigma_{\bar{x}\bar{z}} \\ -\sigma_{\bar{x}\bar{y}} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\bar{x}\bar{x}} \\ \varepsilon_{\bar{y}\bar{y}} \\ \varepsilon_{\bar{z}\bar{z}} \\ \varepsilon_{\bar{y}\bar{z}} \\ -\varepsilon_{\bar{x}\bar{z}} \\ -\varepsilon_{\bar{x}\bar{y}} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

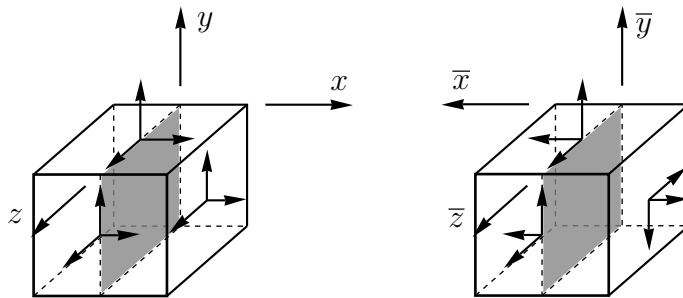


Abbildung 2.2: Material mit einer Symmetrieebene (y - z Ebene) und positiven Komponenten des Spannungstensors [Lieblang 2000]

Gleichung (2.8) beschreibt die Spannungs-Verzerrungs-Beziehung im Referenzkoordinaten-

system. Die selbe Beziehung lautet im gespiegelten Koordinatensystem:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{\bar{x}\bar{x}} \\ \sigma_{\bar{y}\bar{y}} \\ \sigma_{\bar{z}\bar{z}} \\ \sigma_{\bar{y}\bar{z}} \\ \sigma_{\bar{x}\bar{z}} \\ \sigma_{\bar{x}\bar{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & \text{sym} & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{\bar{x}\bar{x}} \\ \varepsilon_{\bar{y}\bar{y}} \\ \varepsilon_{\bar{z}\bar{z}} \\ \varepsilon_{\bar{y}\bar{z}} \\ \varepsilon_{\bar{x}\bar{z}} \\ \varepsilon_{\bar{x}\bar{y}} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Der Materialtensor ist dabei in beiden Fällen identisch, da aufgrund der Symmetrie die elastischen Eigenschaften in beiden Konfigurationen nicht unterschieden werden können.

Setzt man nun die Gleichungen (2.9) in Gleichung (2.8) ein und subtrahiert Gleichung (2.10), so erhält man:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2\sigma_{\bar{x}\bar{z}} \\ -2\sigma_{\bar{x}\bar{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & \text{sym} & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2\varepsilon_{\bar{x}\bar{z}} \\ -2\varepsilon_{\bar{x}\bar{y}} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Dies ist nur dann erfüllt, falls $C_{15} = C_{16} = C_{25} = C_{26} = C_{35} = C_{36} = C_{45} = C_{46} = 0$ gilt. Somit bekommt die konstitutive Gleichung folgende Form:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & 0 & 0 \\ & & C_{33} & C_{34} & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Führt man das mit den Gleichungen (2.9) bis (2.12) beschriebene Procedere zusätzlich mit einer z. B. an der $x - y$ Ebene gespiegelten Koordinaten-Konfiguration durch, so lassen sich

die elastischen Parameter weiter (auf insgesamt 9) reduzieren: [Lieblang 2000]

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Anschaulich kann Gleichung (2.13) so verstanden werden, dass es in einem orthotropen Material keine Kopplung zwischen Längsdehnungen und Schubverzerrung gibt. Die Schubverzerrungen sind, im Gegensatz zu den Längsdehnungen, untereinander nicht gekoppelt.

Will man die Komponenten C_{ij} des Materialtensors durch die Ingenieurskonstanten E , ν und G ausdrücken, so ist es nützlich, die konstitutive Gleichung (2.13) verzerrungsexplizit anzuschreiben. Dabei wird der Materialtensor $\mathbf{C}$ zum Nachgiebigkeitstensor $\mathbf{N}$ invertiert.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & N_{22} & N_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & N_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & N_{44} & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & & N_{55} & 0 \\ & & & & & N_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Hinweis: $\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji} = 2\varepsilon_{ij}$

Das Verhältnis zwischen den Schubspannungen τ_{ij} und den Schubverzerrungen γ_{ij} wird durch den Schubmodul G_{ij} bestimmt. Die Einträge $N_{44} - N_{66}$ sind somit trivial. Für die Bestimmung der Komponenten welche das Verhältnis zwischen Längsdehnungen und Normalspannungen beschreiben hilft ein Gedankenexperiment [Ermanni 2010]:

In einem in einer Prüfmaschine eingespannten Zugstab mit rechteckigem Querschnitt herrscht weit genug von der Einspannstelle der Spannungszustand:

$$\sigma_x \neq 0, \quad \sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = \tau_{xy} = 0 \quad (2.15)$$

Für die Dehnungen gilt:

$$\varepsilon_x \neq 0, \quad \varepsilon_y \neq 0, \quad \varepsilon_z \neq 0, \quad \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = \gamma_{xy} = 0 \quad (2.16)$$

Damit ergeben sich die ersten Elemente des Nachgiebigkeitstensors wie folgt:

$$N_{11} = \frac{\varepsilon_x}{\sigma_x} = \frac{1}{E_x}, \quad N_{21} = \frac{\varepsilon_y}{\sigma_x} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \frac{1}{E_x} = -\frac{\nu_{xy}}{E_x}, \quad N_{31} = \frac{\varepsilon_z}{\sigma_x} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \frac{1}{E_x} = -\frac{\nu_{xz}}{E_x} \quad (2.17)$$

Die verbleibenden Komponenten lassen sich mit analogen Gedankenexperimenten bestimmen. Der komplette Nachgiebigkeitstensor $\mathbf{N}$ lautet:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Der Materialtensor $\mathbf{C}$ ergibt sich durch Invertieren von $\mathbf{N}$. Auf die Darstellung der durch die Invertierung entstehenden langen Ausdrücke wir hier verzichtet.

Aus der Symmetriebedingung für den Materialtensor folgt:

$$\frac{\nu_{xy}}{E_x} = \frac{\nu_{yx}}{E_y}, \quad \frac{\nu_{xz}}{E_x} = \frac{\nu_{zx}}{E_z}, \quad \frac{\nu_{yz}}{E_y} = \frac{\nu_{zy}}{E_z} \quad (2.19)$$

Somit sind die Poissonzahlen ν_{ij} und ν_{ji} zwar nicht zwangsweise identisch, aber über E_i und E_j miteinander verknüpft. Damit sind für die Beschreibung eines orthotropen Materials mit den Ingenieurskonstanten lediglich 9 unterschiedliche Konstanten erforderlich. Um eine Verwechslung zwischen ν_{ij} und ν_{ji} auszuschließen, wird im englischen Sprachgebrauch zwischen einem „minor“ und einem „major Poisson’s ratio“ unterschieden [ANSYS]. Falls $E_i > E_j$ dann ist ν_{ij} der „major“ und ν_{ji} der „minor Poisson’s ratio“. Dies ist bei der Eingabe in Computerprogramme zu berücksichtigen (siehe Kapitel 3.1.1).

Da im konstruktiven Ingenieurholzbau Bretter unterschiedlicher Schnittarten (Abbildung 2.3) zum Einsatz kommen und nicht vorausgesagt werden kann, welche Schnittart wo zum Einsatz kommt, ist es nicht sinnvoll, zwischen den anatomischen Richtungen T und R zu unterscheiden. Diese beiden Richtungen werden durch den Begriff quer oder senkrecht zur Faser ($\perp$) zusammengefasst. Die anatomische Richtung L wird mit parallel zur Faser ($\parallel$) bezeichnet [Gülzow 2008]. Diese Vereinfachung wird auch im Rahmen dieser Arbeit für die zu untersuchenden Brettspertholzplatten angenommen. Damit reduzieren sich die zu identifizierenden

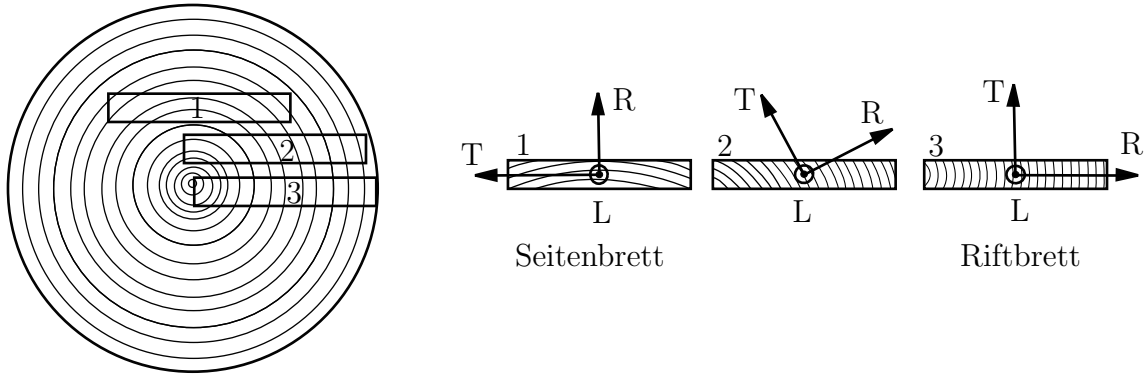


Abbildung 2.3: mögliche Schnittarten von Holzbrettern [Gülzow 2008]

elastischen Parameter des Holzes auf 6. Es gilt:

$$\begin{aligned} E_x = E_{\parallel}, \quad E_y = E_z = E_{\perp}, \quad \nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{\parallel\perp}, \quad \nu_{yz} = \nu_{\perp\perp} \\ G_{xy} = G_{xz} = G_{\parallel\perp}, \quad G_{yz} = G_{\perp\perp} \end{aligned} \quad (2.20)$$

$G_{\perp\perp}$ wird auch als Rollschubmodul bezeichnet. Insbesondere die Lagen, welche senkrecht zu der Haupttragrichtung einer Brettsperrholzdecke laufen, werden auf Rollschub beansprucht.

2.2 Eigenschaften und Herstellung von Brettsperrholz

Brettsperrholz wird durch die kreuzweise Verleimung mehrerer Brettschichten hergestellt. Damit ist die Produktion von massiven, großformatigen Holzbauteilen möglich, welche im Gegensatz zu Bauteilen des klassischen Holzbaus die tragende und raumabschließende Funktion gleichzeitig übernehmen können. So können komplette Gebäude aus Brettsperrholz in Form von Wand- und Deckenelementen gebaut werden. Als Rohmaterial wird fast ausschließlich Nadelholz (Fichte, Kiefer und Tanne) der Festigkeitsklasse C24 oder C20 nach [DIN 1052:2004-08] eingesetzt [Gülzow 2008]. Durch die kreuzweise Verklebung können Brettsperrholzplatten Lasten in zwei Richtungen abtragen. Da allerdings meistens ein symmetrischer Lagenaufbau gewählt wird, besitzen die Platten durch die stärkere Gewichtung der Decklagen im Flächenträgheitsmoment eine Haupttragrichtung, in welcher sie wesentlich steifer sind als in der anderen Richtung. Zudem können Brettsperrholzplatten auch Scheibenbeanspruchungen abtragen und somit auch aussteifende Funktionen übernehmen.

Das Verbinden von kleinen Holzeinheiten zu einer großen Einheit ermöglicht es homogenisierte mechanische Eigenschaften mit geringerer Streuung durch Selektion zu erzielen. Das

kreuzweise Fügen führt zudem dazu, dass die Platten relativ formstabil sind (Absperreffekt). Dieser Effekt wird durch die technische Trocknung des Rohmaterials auf die Ausgleichsfeuchte im Endzustand verstärkt [Metsä Wood Merk GmbH 2012].



Abbildung 2.4: Schnitt durch eine Brettsperrholzplatte (www.brettsperrholz.de)

Durch Unterschiede im Herstellungsprozess und verwendetem Rohmaterial können sich auch Brettsperrholzplatten mit gleichem Lagenaufbau von verschiedenen Herstellern in ihren Materialeigenschaften unterscheiden [Gülzow 2008]. Deshalb wird hier kurz auf die im Prüfstand untersuchten Brettsperrholzplatten eingegangen.

Die Platten stammen von der Firma Metsä Wood Merk GmbH und werden unter dem Markennamen Leno[®] verkauft. Als Rohmaterial wird dafür ausschließlich Fichtenholz der Festigkeitsklasse C24 eingesetzt. Es stammt aus der Stammrandzone oder aus Schwachholz. Damit ist (wie schon in Kapitel 2.1 angenommen) eine Unterscheidung der anatomischen Richtungen T und R des Holzes im Endprodukt nicht sinnvoll. Vor der Verarbeitung werden die Bretter auf eine Holzfeuchte von $10 \pm 2\%$ getrocknet. Anschließend werden sie durch Keilzinken zu einer Endloslamelle zusammengefügt. Diese wird je nach gewünschter Plattenabmessung auf Bretter in der erforderliche Länge geschnitten. Es folgt das kreuzweise Schichten der Bretterlagen und der Leimauftrag im Pressbett. Der erforderliche Pressdruck wird mit einer Vakuumpresse erzeugt. Im Gegensatz zu manch anderen Herstellern werden die Stoßfugen nicht verklebt. Je nach gewünschter Plattendicke kommen Brettschichtdicken von 17, 27 oder 33 mm zum Einsatz. [Metsä Wood Merk GmbH 2012]

2.3 Versuchsaufbau

Im Deckenprüfstand des Labors für Schallmesstechnik der Fachhochschule Rosenheim befindet sich eine quadratische Aussparung (5,5 m x 5,5 m) in einer Stahlbetondecke. Die Aussparung ist von einem Stahlrahmen eingefasst, auf welchem die zu prüfenden Deckenelemente aufgelagert werden. Es wurden insgesamt 4 Deckenelemente von je 1,37 m Breite und 5,5 m Länge so eingebaut, dass sie nur einachsig spannen. Zusammen füllten diese Plattenstreifen die Deckenaussparung also genau aus. Die Abbildungen 2.5 und 2.6 zeigen die eingebauten Deckenelemente. In Abbildung 2.6 sieht man die Vorbereitungen für die Montage einer abgehängten Decke aus Gipskartonplatten. Zum Zeitpunkt der Schwingungsmessungen an der Rohdecke waren diese Abhänger allerdings noch nicht eingebaut.

Die Anregung der Deckenelemente erfolgte mit Hilfe eines elektrodynamischen Schwingerregers (engl. shaker) durch einen logarithmischen Gleitsinus (engl. sweep). Der Schwingerreger ist in Abbildung 2.5 hinten links zu sehen. Die Schwingungsantwort der Deckenelemente wurde mit einem Raster aus piezoelektrischen, einachsigen Beschleunigungsaufnehmern in vertikaler Richtung gemessen. In Abbildung 2.5 ist dieses Raster gerade an dem zweiten Deckenelement von hinten montiert. Um die Schwingungsantwort auf die eingeleitete Kraft beziehen zu können (Übertragungsfunktion), wurde zusätzlich die vom Schwingerreger eingeleitete Kraft mit einer piezoelektrischen Kraftmesszelle gemessen. Für eine detailliertere Beschreibung des Messsystems und der Sensorik wird auf Völzl u. a. [2012] und Winter [2012] verwiesen.

Die Deckenelemente wurden zunächst alle einzeln angeregt und gemessen. Dabei wurden, um eine Beeinflussung durch die benachbarten Elemente auszuschließen, die Elemente, welche nicht angeregt wurden, mit Baustützen nach unten abgestützt. Danach wurden jeweils zwei Elemente bzw. alle vier Elemente gekoppelt, angeregt und gemessen.

Bei der Ausbildung der Auflagerung wurde besonderes Augenmerk auf eine gute Reproduzierbarkeit und die Möglichkeit, sie im numerischen Modell realitätsnah abbilden zu können, gelegt. Dafür war es wichtig Nichtlinearitäten, wie sie z. B. durch das Abheben von Ecken während des Schwingvorgangs entstehen, zu vermeiden. In Abbildung 2.7 ist gewählt die Auflagerkonstruktion von oben zu sehen.



Abbildung 2.5: Deckenprüfstand im Labor für Schallmesstechnik der FH Rosenheim (vorbereitet für die Messung eines einzelnen Deckenelements)



Abbildung 2.6: Deckenprüfstand im Labor für Schallmesstechnik der FH Rosenheim - Ansicht von unten (Die Abhänger für die Montage einer Unterdecke sind bereits installiert) [Winter 2012]

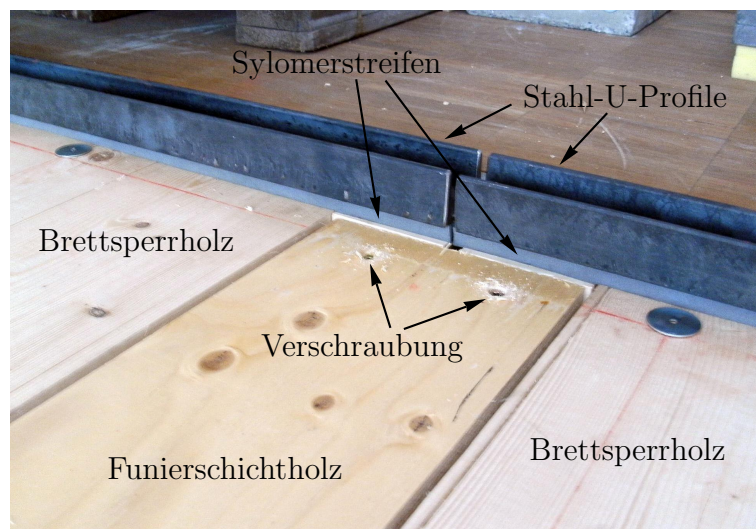


Abbildung 2.7: Foto der Details im Prüfstand

Die Deckenelemente wurden nicht direkt auf den Stahlrahmen gelegt, sondern auf einem Elastomerstreifen mit einer Höhe von 12,5 mm und einer Breite von 40 mm. Es kam das Material mit dem Handelsnamen Sylomer[®] SR450 der Firma Getzner Werkstoffe GmbH zum Einsatz. In Abbildung 2.8b ist ein Schnitt durch die Lagerkonstruktion skizziert. Um das Abheben der Deckenelemente zu verhindern, wurde auch oben ein Elastomerstreifen mit den selben Abmessungen aufgelegt und mittels eines Stahl-U-Profils und Gewindestangen eine vertikale Vorspannung von ca. $20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ aufgebracht. Die Elastomerstreifen sollten dabei auch eine Entkopplung der zu prüfenden Deckenelemente vom Deckenprüfstand bewirken. [Vörtl u. a. 2012]

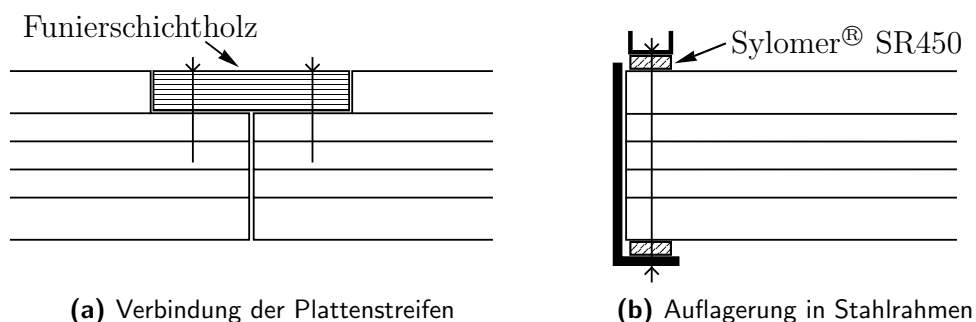


Abbildung 2.8: Ausbildung der Details im Prüfstand

Für die Kopplung der Plattenstreifen in Querrichtung wurde entlang der oberen Längskanten der Platten jeweils ein ca. 10 cm breites Stück der oberen Brettschicht ausgespart. Die offenen

Fugen sind in Abbildung 2.5 zu erkennen. In diese Aussparungen wurden Funierschichtholzbretter gelegt und mit den Brettsperrholzplatten im Abstand von ca. 30 cm verschraubt. In Abbildung 2.7 ist das eingelegte Brett und die Verschraubung zu sehen. Abbildung 2.8a zeigt einen Querschnitt durch die fertige Kopplung.

3 Finite Elemente Modell

In diesem Kapitel wird das FE-Modell beschrieben, mit welchem die Eigenfrequenzen der Decken analytisch ermittelt werden. Das Modell ist Teil eines größeren Modells, welches mit der kommerziellen Software ANSYS® (siehe A.1.1) am Lehrstuhl für Baumechanik der TU München erarbeitet wurde. Da stets auf eine parametrische Modellierung geachtet wurde, sind entscheidende Parameter wie z.B. die Abmessungen der Decke, der Schichtaufbau des Brettsperrholzes, die Anzahl der zusammengefügt Deckenelemente aber auch die Materialeigenschaften des Holzes mit Hilfe von Variablen leicht veränderbar. Das Gesamtmodell wird für das Forschungsprojekt „Planungshilfen zur schall- und schwingungstechnischen Beschreibung von Holzdecken und zur Bewertung von angepassten Schwingungsschutzsystemen“ [Völzl u. a. 2012] benötigt. Es bildet den gesamten Deckenaufbau (siehe 2.3), bestehend aus Rohdecke, schwimmendem Estrich und abgehängter Unterdecke, ab.

Das FE-Modell der Rohdecke wird im Rahmen dieser Masterarbeit auf Plausibilität geprüft und teilweise angepasst, so dass die modellierten Details die Bedingungen im Prüfstand möglichst realitätsnah wider geben. Das Ziel ist die Identifikation der Steifigkeitsparameter des Werkstoffes Holz (verarbeitet zu Brettsperrholz) durch Angleich des Modells an vorhandene Schwingungsmessungen (folgt in Kapitel 5).

3.1 Modellbeschreibung

Das Modell der Rohdecke besteht im Wesentlichen aus drei Teilen (siehe Abb. 3.1):

- den Brettsperrholzplatten,
- der Lagerung und
- der Kopplung benachbarter Platten.

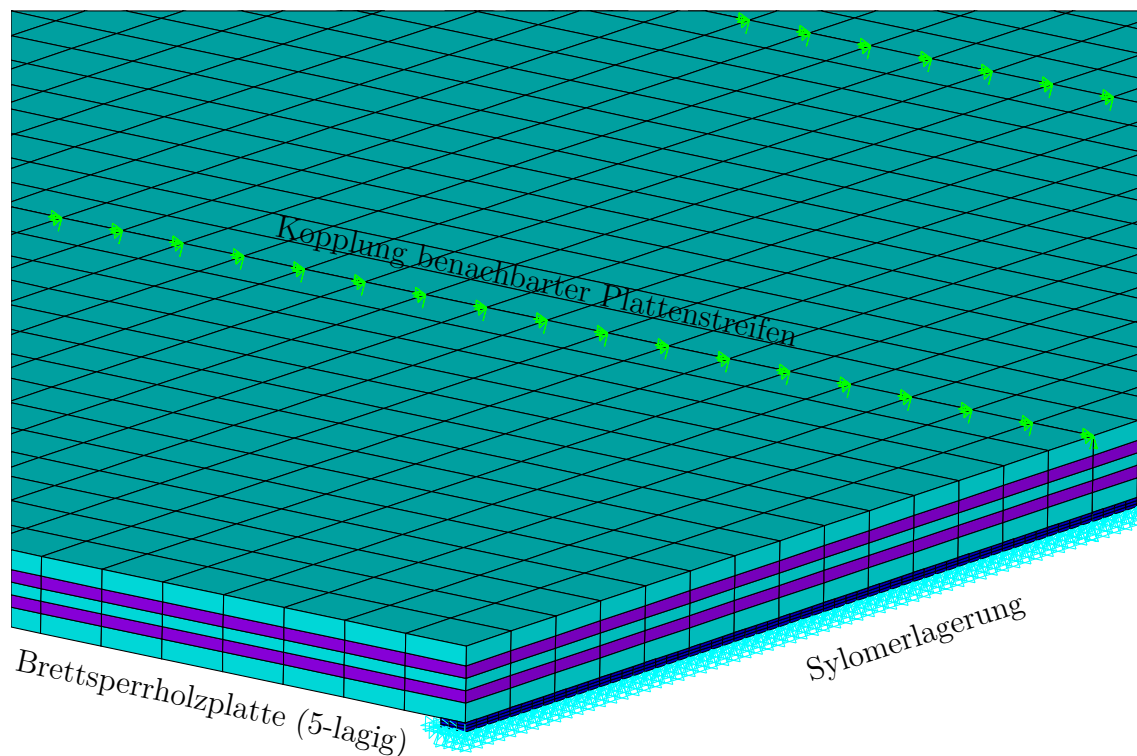


Abbildung 3.1: Isometrieansicht des verwendeten FE-Modells

Die globale X-Richtung zeigt in Spannrichtung der Deckenelemente, die globale Y-Koordinate läuft entlang der Linienlagerung und die globale Z-Richtung steht senkrecht auf der Plattebene (positiv nach oben). Der Ursprung des Koordinatensystems liegt in einer Ecke der Decke, am unteren Plattenrand. Alle Richtungen sind so definiert, dass die Punkte der Brettspertholzplatten nur positive Koordinaten haben.

Eine Übersicht über die Struktur der ANSYS®-Eingabedateien, welche auf der beiliegenden CD gespeichert sind, gibt A.2.1. Damit der APDL-Code leichter nachvollzogen werden kann, werden die wichtigsten ANSYS®-Bezeichnungen und -Befehle bei der folgenden Beschreibung in Klammern angegeben. Zusätzlich werden Codefragmente zitiert.

3.1.1 Brettspertholzplatte

Die Modellierung eines 3D-Volumenmodells läuft in ANSYS® typischerweise nach folgendem Schema ab: Als erstes werden Geometriepunkte (keypoints) im Raum definiert. Diese werden zu Linien (lines), Flächen (areas) und Volumen (volumes) verknüpft. Danach wird passend zu diesen Volumen mit einem Netzgenerator ein Finite-Elemente-Netz aus 3D-

Volumenelementen (SOLID-Elementen) erzeugt (VMESH). Dadurch entstehen Finite Elemente (elements) und FE-Knoten (nodes).

Bei dem hier verwendeten Modell wird für jede Brettschicht eines Deckenelements ein eigenes Volumen generiert. Weitere Deckenelemente werden bei Bedarf durch Kopieren dieser Volumen erzeugt (VGEN). Bei der Netzgenerierung wird das ANSYS®-Element SOLID185 verwendet. Somit wird jede Brettschicht mit Hilfe einer Lage Volumenelemente diskretisiert. In Abschnitt 3.3 wird gezeigt, dass für die hier durchgeführten Berechnungen diese Art der Modellierung genau genug ist.

Das SOLID185 Element

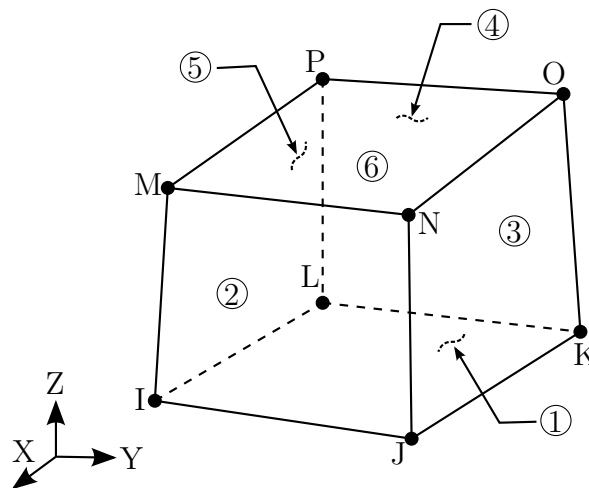


Abbildung 3.2: SOLID185-Element mit den Knoten I - P und den Flächen ① - ⑥ [ANSYS]

Das SOLID185 Element ist ein 8-knotiges Volumenelement. Jeder Knoten hat drei Freiheitsgrade: Die Verschiebungen in die Koordinatenrichtungen X, Y, Z. Deswegen werden für die Verschiebungen trilineare Ansatzfunktionen verwendet [Müller und Groth 2007]. Solche Elemente sind ohne Gegenmaßnahmen anfällig für verschiedene Versteifungseffekte (Locking-Effekte). Um diese Effekte auszuschließen stehen für das SOLID185 Element in ANSYS® vier verschiedene Optionen zur Verfügung. Um eine Schubversteifung (engl. shear locking) zu vermeiden wird hier die „Simplified Enhanced Strain Formulation“ verwendet (KEYOPT(2)=3). Bei dieser Methode werden - im Gegensatz zur Enhanced Strain Formulation - lediglich die internen Freiheitsgrade zur Vermeidung einer Schubversteifung eingeführt [ANSYS]. Dies ist ausreichend, da für die hier vorhandenen niedrigen Querdehnzahlen ($\nu < 0,1$) volumetrisches Locking nicht maßgebend ist [Koschnick 2004].

Bei der Netzgenerierung wird ein strukturiertes Netz (engl. mapped meshing) aus quaderförmigen Elementen verwendet (`MSHKEY,1`). Dies ist leicht möglich, da die zu vernetzenden Volumen ebenfalls Quader sind. Der Vorteil dabei ist, dass die Qualität von quaderförmigen Elementen immer größer ist als die von tetraederförmigen [Müller und Groth 2007]. Somit können weniger Elemente verwendet werden als bei einem unstrukturierten Netz.

Einen weiteren Einfluss auf die Ergebnisqualität hat das Kantenlängenverhältnis (engl. aspect ratio) der Volumenelemente. Müller und Groth [2007] empfehlen ein Verhältnis von größer 1:10. In dieser Arbeit wird eine Elementkantenlänge von 100 mm in den Richtungen der Plattenebene gewählt. Damit ergibt sich durch die minimale Brettschichtdicke der zu untersuchenden Brettspertholzelemente von 17 mm (siehe Kapitel 2.2) ein Verhältnis von 1:5,88. Dass diese Elemententeilung genau genug ist, wird in Kapitel 3.3 gezeigt.

Berücksichtigung der Orthotropie

Für die Beschreibung eines elastischen, orthotropen Materials wie Holz sind im Allgemeinen neun elastische Materialkennwerte erforderlich (siehe Kapitel 2.1). Zusätzlich ist für eine dynamische Berechnung die Dichte ρ des Materials für die Materialmatrix notwendig. Jeder dieser Kennwerte wird mit einem eigenen Satz (`MP,Kennwert,Materialnr,Wert`) eingegeben. Um die kreuzweise Verleimung der einzelnen Brettschichten zu berücksichtigen werden zwei Materialien definiert, bei denen die X- und Y-Richtungen vertauscht sind. Im Code (siehe unten) sind, wie bereits erwähnt, die Werte der Materialkonstanten in Parametern (`ex_holz`, `ey_holz`, ...) gespeichert um ein einfaches Anpassen des Modells zu ermöglichen.

<code>MP,EX,1,ex_holz</code>	<code>MP,EX,2,ey_holz</code>
<code>MP,EY,1,ey_holz</code>	<code>MP,EY,2,ex_holz</code>
<code>MP,EZ,1,ez_holz</code>	<code>MP,EZ,2,ez_holz</code>
<code>MP,NUXY,1,nuexy_holz</code>	<code>MP,NUXY,2,nuexy_holz</code>
<code>MP,NUYZ,1,nuelyz_holz</code>	<code>MP,NUYZ,2,nuexz_holz</code>
<code>MP,NUXZ,1,nuexz_holz</code>	<code>MP,NUXZ,2,nuelyz_holz</code>
<code>MP,GXY,1,gxy_holz</code>	<code>MP,GXY,2,gxy_holz</code>
<code>MP,GYZ,1,gyz_holz</code>	<code>MP,GYZ,2,gxz_holz</code>
<code>MP,GXZ,1,gxz_holz</code>	<code>MP,GXZ,2,gyz_holz</code>
<code>MP,DENS,1,rho_holz</code>	<code>MP,DENS,2,rho_holz</code>

Die Querdehnzahlen werden durch die Kennungen NUXY, NUYZ bzw. NUXZ in ihrer „minor“-Form (siehe Kapitel 2.1) angegeben. Für die „major“-Formen wären die Kennungen PRXY, PRYZ bzw. PRXZ zu verwenden [ANSYS].

Mit dem Befehl VATT wird jedem Volumen je nach Orientierung der Brettschicht das entsprechende Material zugewiesen. Material 1 wird für die Schichten verwendet, in denen die Fasern des Holzes in Deckenspannrichtung zeigen, Material 2 entsprechend für die Schichten in denen die Fasern senkrecht zur Spannrichtung zeigen.

3.1.2 Lagerung

Im Deckenprüfstand werden die Deckenelemente im Auflagerbereich, wie in Kapitel 2.3 beschrieben, auf ihrer Ober- und Unterseite jeweils durch einen Elastomerstreifen gehalten. Da diese Konstruktion in erster Linie gewählt wurde um Nichtlinearitäten infolge eines Abhebens der Plattenecken bei Torsionsmoden zu verhindern [Vörtl u. a. 2012], wird im FE-Modell nur der untere Elastomerstreifen abgebildet. Diese Vereinfachung ist gültig, da der untere Elastomerstreifen den größten Einfluss auf die Einspannwirkung der Auflagerung hat. Der obere Streifen folgt (je nach Biegesteifigkeit und Einspannung der Gewindestangen) mehr oder weniger der Verformung der Deckenelemente.

Für die Elastomerstreifen wird in ANSYS® analog zu den Bretterlagen jeweils ein Volumen erzeugt, welches dann mit einem regelmäßigem Netz aus Volumenelementen gefüllt wird. Die obersten Knoten der Sylomer-Elemente werden starr mit den untersten Knoten der Holz-Elemente gekoppelt. Die untersten Knoten der Sylomer-Elemente werden jeweils in allen drei Koordinatenrichtungen gehalten:

```
NSEL,S,LOC,Z,-h_syl      !h_syl = Höhe des Elastomerstreifens
D,ALL,UX
D,ALL,UY
D,ALL,UZ
```

Dadurch ist das ganze System unverschieblich.

Im Rahmen dieser Masterarbeit wurden verschiedene Möglichkeiten für die starre Kopplung zwischen Sylomer und Holz untersucht. Die Methode der Wahl für die durchzuführende Parameteridentifikation wurde die Kopplung mit Hilfe des Satzes CEINTF (constraint equation at an **interface**). Mit diesem Satz können zwei Regionen mit ungleicher FE-Netz-Dichte

gekoppelt werden. Dabei werden die Knoten des feiner vernetzten Gebiets A mit den Elementen des gröber vernetzten Gebiets B durch Bedingungsgleichungen starr verbunden. Diese Bedingungsgleichungen interpolieren die Freiheitsgrade der Knoten des Gebiets A aus den Freiheitsgraden des Gebiets B mit Hilfe der Ansatzfunktionen der Elemente des Gebiets B [ANSYS]. Hierfür müssen mit Selektionsbefehlen die Knoten des Gebiets A und die Elemente des Gebiets B ausgewählt werden, bevor der CEINTF-Satz eingegeben werden kann:

```
VSEL,S,LOC,Z,0,-h_sy1
ASLV,S
ASEL,R,LOC,Z,0
NSLA,S,1
VSEL,S,LOC,Z,0,d_lage_1 !d_lage_1 = Dicke der untersten Brettschicht
ESLV,s
CEINTF,0.01,all          !0.01 = Toleranz (in % der Elementdimension)
                           !      für den Abstand der Oberflächen
```

In Abbildung 3.3 sind die Elemente der Holzplatte in türkis und die Elemente des Sylomers in dunkelblau von unten gesehen dargestellt. Jeder Knoten des Elastomers ist in dieser Grafik durch pinke Linien mit den Knoten des Holzes verbunden, aus deren Verschiebungen seine Verschiebung durch Interpolation ermittelt wird.

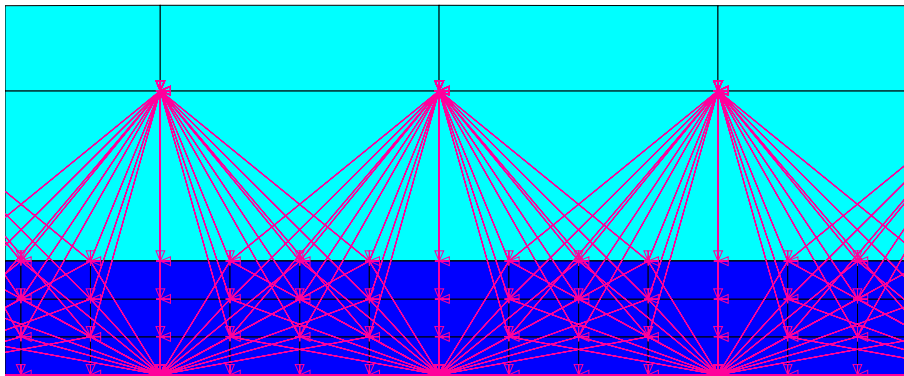


Abbildung 3.3: Kopplung zwischen Brettsper Holzplatte und Elastomerstreifen mittels CEINTF (horizontaler Schnitt)

Der große Vorteil dieser Methode der Kopplung ist, dass die FE-Netze der Holzplatte und des Elastomers unterschiedlich fein aufgelöst sein können. So kann für den Elastomerstreifen, da für diesen im Vergleich zur Holzplatte große Verformungen zu erwarten sind, ein feineres FE-Netz generiert werden. Es wurden über den Querschnitt des Elastomerstreifens verteilt

3x3 Elemente gewählt (durch die Festlegung einer Teilung bei der Erstellung von den entsprechenden Linien: L,P1,P2,NDIV). Die Länge der Elemente wird mit dem ESIZE-Befehl zu $\frac{1}{4}$ der Elementgröße des Holzes gesetzt. Dadurch erhöht sich die Gesamtanzahl der Elemente nur gering, wodurch die Rechenzeit im Rahmen bleibt.

Andere Möglichkeiten zwei Volumen in ANSYS® zu koppeln wurden ausprobiert und werden hier zum Nachschlagen kurz aufgelistet.

Die einfachste Möglichkeit ist der Satz CPINTF,ALL,0.0001. Dieser koppelt alle Knoten, welche näher als ein gewisser Toleranzabstand zusammen liegen. Den Toleranzabstand berechnet ANSYS® aus einer festzulegenden Toleranzvariablen (hier: 0.0001 und den maximalen Abmessungen des Modells. Damit dies eine Kopplung der Volumen bewirkt, müssen die FE-Knoten des Elastomers und des Holzes in der Kontaktfläche koinzident sein. D.h. die Elementgröße im Elastomerstreifen muss ein ganzzahlig Vielfaches der Elementgröße des Holzes sein. Abmessungen wie in dem hier verwendeten Modell (Elementkantenlänge im Holz: 10 cm; Breite Elastomer: 4 cm) wären somit nicht möglich.

Dieser Nachteil kann mit etwas mehr Modellierungsaufwand und dem Einsatz des Befehls VGLUE (entspricht der Bool'schen Operation „+“ aus dem CAD) umgangen werden. Durch diesen Befehl werden die Volumen bereits auf Geometrieebene durch eine gemeinsame Fläche verbunden. Dadurch wird allerdings die Unterseite des Volumens für die unterste Brettschicht in drei Flächen geteilt (die zwei Auflagerflächen und die Fläche dazwischen, siehe Abb. 3.4a). Es entsteht ein Volumen welches durch acht Flächen begrenzt wird. Für ein solches Volumen kann der Netzgenerator von ANSYS® kein strukturiertes Netz erstellen. Daher müssen alle Volumen der Brettsper Holzplatte entlang der vorderen Elastomer kante senkrecht geteilt werden (siehe Abb. 3.4b), so dass vor der Vernetzung nur Volumen mit sechs Flächen vorhanden sind. Diese Teilung kann beispielsweise dadurch erfolgen, dass die ANSYS®-Arbeitsebene (working plane) mit dem KWPLAN-Befehl senkrecht an die vordere Elastomer kante gelegt wird und anschließend die Volumen der Holzplatte mit dem VSBW-Befehl entlang der Arbeitsebene geteilt werden. Da sich die Volumen bei dieser Art der Modellierung bereits die Kontaktfläche teilen, teilen sich nach der FE-Netzgenerierung auch die Elemente die Knoten, die in dieser Fläche liegen. Eine explizite Kopplung ist also nicht mehr nötig. Das entstandene Netz ist in Abb. 3.5 zu sehen.

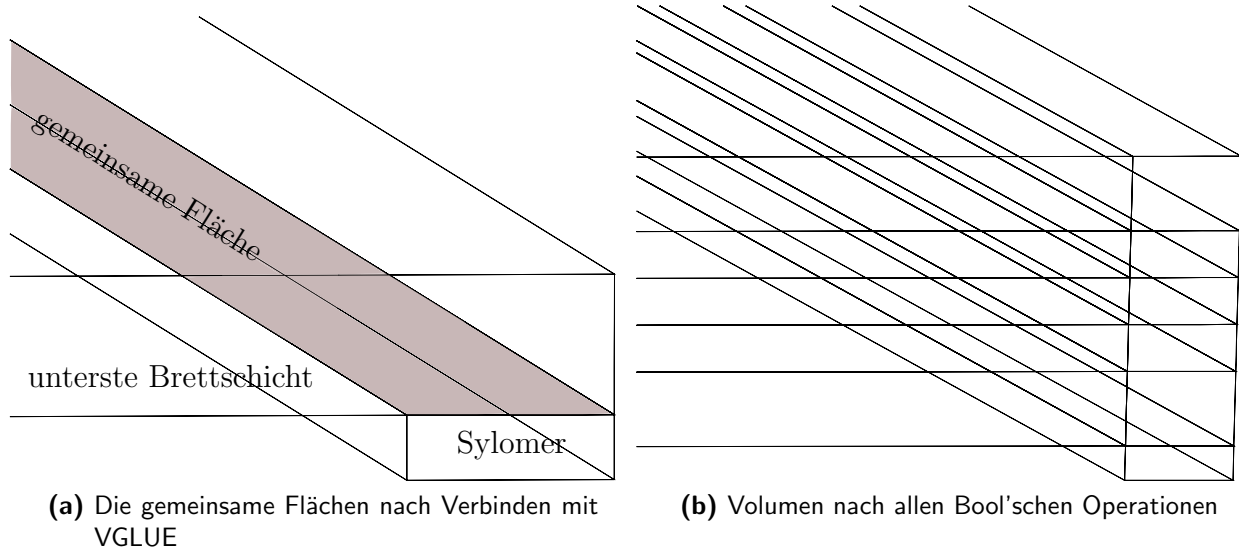


Abbildung 3.4: Kopplung von Elastomer an Holz mit VGLUE

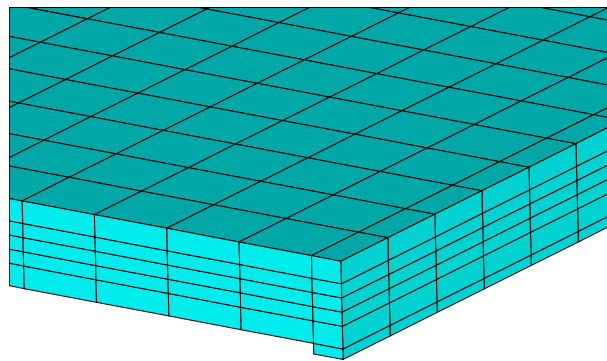


Abbildung 3.5: FE-Netz nach Kopplung von Elastomer an Holz mit VGLUE

Es bleiben allerdings zwei Nachteile: Erstens ist eine weitere Verfeinerung des Elastomernetzes (wie bei **CEINTF**) nicht möglich. Zweitens hat das Netz der Holzplatte in Plattenebene kein regelmäßiges 10 cm x 10 cm Raster mehr, was für die Modellierung des Hängeranschlusses einer abgehängten Decke ungünstig ist. Eine solche Decke ist zwar nicht Teil dieser Masterarbeit, trotzdem sollte das Modell darauf vorbereitet sein, da es in dem in der Einleitung erwähnten Forschungsprojekt verwendet wird.

Eine gleichwertige Lösung wie die Kopplung mittels **CEINTF** bietet die Verbindung mittels unendlich steifen Target- und Contact-Elementen. Diese Elemente dienen eigentlich der Modellierung von Kontaktproblemen bei einer nichtlinearen Berechnung. Da sich in dem FE-Modell die Flächen von Elastomer und Holz aber bereits berühren, bewirken diese Elemente

(bei entsprechender Einstellung über die Keyoptions) eine Kopplung der Oberflächen. Es werden hier die Elemente **CONTA174** und **TARGE170** verwendet. Sie werden mittels des **ESURF**-Befehls auf die zu koppelnden Oberflächen nach Vernetzung mit den Volumenelementen aufgebracht. Da der Modellierungsaufwand für diese Lösung größer ist als die Kopplung mit **CEINTF** und prinzipiell nicht benötigte Elemente erzeugt werden, wird schließlich wie bereits erwähnt die Lösung mit **CEINTF** verwendet.

Als Ausblick sei angemerkt, dass man die Modellierung der Lagerung auch weiter von der Wirklichkeit abstrahieren könnte und die Elastomerstreifen durch eine Kombination aus vertikalen und horizontalen Senkfedern sowie Drehfedern ersetzen könnte. Hierfür eignet sich zum Beispiel das **COMBIN14**-Element. Da die Knoten der **SOLID185**-Elemente keine Rotationsfreiheitsgrade besitzen, ist der Anschluss einer Drehfeder etwas aufwändiger. Um in der Holzplatte einen Knoten mit Rotationsfreiheitsgraden zu erhalten, wird am besten an der benötigten Stelle ein masseloses **MASS21**-Element (entspricht einem Knoten mit sechs Freiheitsgraden) erzeugt und mittels des **CERIG**-Befehls mit den umliegenden **SOLID185**-Knoten verbunden. An dieses Element kann dann eine Drehfeder (**COMBIN14**) angeschlossen werden. Der höhere Aufwand bei der Modellierung ermöglicht die unabhängige Variation der Senkfedersteifigkeit und des Einspanngrades z.B. im Rahmen einer Parameterstudie. Dies ist in dieser Masterarbeit jedoch nicht erforderlich und wird deshalb nicht weiter verfolgt.

3.1.3 Kopplung der Plattenstreifen

In Kapitel 2.3 wurde bereits beschrieben, wie die Verbindung der einzelnen Plattenstreifen im Prüfstand ausgebildet ist. Im Modell wurde diese Verbindung im ersten Schritt durch die starre Kopplung (**CPINTF**) der obersten Knoten an den Plattengrenzen erzeugt (Abbildung 3.9a auf Seite 32). Dadurch besteht keine Möglichkeit die Biegesteifigkeit der Verbindung durch das Funierschichtholzbrett richtig zu erfassen. Diese hat allerdings einen (wenn auch nur geringen) Einfluss auf die Torsionsmoden. Um diesen Nachteil zu beseitigen, werden zusätzlich die Knoten zwischen der obersten und der zweit-obersten Brettschicht mit **COMBIN14**-Federn gekoppelt (Abbildung 3.9c auf Seite 32). Da die Biegesteifigkeit der Verbindung schwer zu bestimmen ist, wird die Federsteifigkeit dieser Federelemente (zusätzlich zu den elastischen Kennwerten des Holzes und des Elastomers) bei der Parameteridentifikation variabel gelassen. Auf die Modellierung der Plattenverbindung wird in Kapitel 3.3 weiter eingegangen.

3.2 Modalanalyse

Mittels einer Modalanalyse werden die ungedämpften Eigenfrequenzen des soeben beschriebenen Modells ermittelt um sie später mit Messergebnissen vergleichen zu können. Es wird zunächst die theoretische Grundlage der (ungedämpften) Modalanalyse an einem Finite Elemente Modell erklärt und anschließend die Umsetzung in ANSYS® gezeigt.

3.2.1 Theoretische Grundlagen

Bei der Methode der Finiten Elemente werden die unendlich vielen Freiheitsgrade eines kontinuierlichen Systems auf die Freiheitsgrade (=mögliche Verschiebungen) der Elementknoten reduziert. Bei den hier verwendeten Volumenelementen hat jeder Knoten, wie bereits in 3.1.1 erwähnt, drei mögliche Verschiebungen. Jedes Element hat also $3 \cdot 8 = 24$ Freiheitsgrade, welche in dem Vektor $\mathbf{u}_e(t)$ zusammengefasst werden. Zwischen diesen Verschiebungen der Knoten und dem Verschiebungsfeld des Elements wird ein Zusammenhang angenommen, d.h. es wird mittels sogenannter Formfunktionen eine Aussage darüber getroffen, wie sich das Element in Abhängigkeit seiner Knotenverschiebungen verformt. Diese Formfunktionen werden in der Matrix $\mathbf{N}(x,y,z)$ zusammengefasst. Das Verschiebungsfeld eines Elements ergibt sich damit zu: [Stelzmann u. a. 2006]

$$\bar{\mathbf{u}}(x,y,z,t) = \mathbf{N}(x,y,z)\mathbf{u}_e(t) \quad (3.1)$$

Die Ableitungen des Verschiebungsfeldes nach den Ortskoordinaten führen zu den Elementverzerrungen. Die Ableitungen der Formfunktionen $\mathbf{N}$ werden in der Matrix $\mathbf{B}$ zusammengefasst. Somit ergeben sich die Dehnungen zu:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_e \quad (3.2)$$

Meistens werden für die Verschiebungen und die Beschleunigungen die gleichen Formfunktionen verwendet. Damit ergibt sich die *D'Alembertsche* Trägheitskraft zu: [Müller 2011]

$$\mathbf{p}_i(x,y,z,t) = -\rho\mathbf{N}(x,y,z)\mathbf{u}_e^{\bullet\bullet}(t) \quad (3.3)$$

Die Bewegungsgleichung des Finiten Elements wird im Folgenden mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit hergeleitet [Müller 2011].

Für die innere virtuelle Arbeit gilt:

$$\delta W_i = - \int_{V_e} \delta \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\sigma} \, dv = - \int_{V_e} \delta \mathbf{u}_e^T \mathbf{B}^T \underbrace{\mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{u}_e}_{\boldsymbol{\sigma}} \, dv \quad (3.4)$$

Wobei $\mathbf{D}$ die Materialmatrix des Werkstoffes ist. V_e beschreibt das Elementvolumen.

Die *D'Alembertsche* Trägheitskraft wird bei der äußeren virtuellen Arbeit berücksichtigt. Da die Eigenschwingungen des Systems berechnet werden sollen, wird keine weitere äußere Last angesetzt.

$$\delta W_e = \int_{V_e} \underbrace{\delta \bar{\mathbf{u}}}_{\delta \mathbf{u}_e^T \mathbf{N}^T} \mathbf{p}_i \, dv \quad (3.5)$$

Die gesamte Arbeit ergibt sich zu:

$$\delta W = \delta W_i + \delta W_e = \delta \mathbf{u}_e^T \left\{ - \underbrace{\int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dv}_{\mathbf{K}_e} \mathbf{u}_e - \underbrace{\int_{V_e} \varrho \mathbf{N}^T \mathbf{N} \, dv}_{\mathbf{M}_e} \mathbf{u}_e^{\bullet\bullet} \right\} = 0 \quad (3.6)$$

Da die virtuelle Verschiebung $\delta \mathbf{u}_e$ beliebig ist, wird Gleichung (3.6) nur dann Null, wenn der Ausdruck in den geschweiften Klammern Null ist. Damit ergibt sich die homogene Bewegungsdifferentialgleichung des Elements zu:

$$\mathbf{M}_e \mathbf{u}_e^{\bullet\bullet} + \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e = 0 \quad (3.7)$$

Wobei $\mathbf{K}_e$ die Steifigkeitsmatrix und $\mathbf{M}_e$ die konsistente Massenmatrix des Elements ist.

Um die Bewegungsgleichung für das Gesamtsystem zu erhalten werden alle Freiheitsgrade des Systems in dem Verschiebungsvektor $\mathbf{u}$ zusammengefasst. Die Elementsteifigkeits- und Massenmatrizen werden entsprechend der Anordnung der Elementfreiheitsgrade in dem Vektor $\mathbf{u}$ zur Gesamtsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ bzw. zur Gesamtmassenmatrix $\mathbf{M}$ assembliert.

$$\mathbf{M} \mathbf{u}^{\bullet\bullet} + \mathbf{K} \mathbf{u} = 0 \quad (3.8)$$

Der Produktansatz

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\Phi} \cdot \cos(\omega t) \quad (3.9)$$

für den unbekannten Verschiebungsvektor trennt den Ortsbereich vom Zeitbereich. Durch Einsetzen in die Bewegungsdifferentialgleichung ergibt sich folgendes homogenes Gleichungssystem, welches ein Matrizenwertproblem darstellt.

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\Phi} = 0 \quad (3.10)$$

Eine nichttriviale Lösung existiert nur, wenn

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (3.11)$$

Gleichung (3.11) beschreibt das charakteristische Polynom der Ordnung n für ω^2 (n = Anzahl der Freiheitsgrade). Die Nullstellen dieses Polynoms (Eigenwerte) sind die Quadrate der Eigenkreisfrequenzen ω_j . Die Eigenfrequenzen f_j lauten damit:

$$f_j = \frac{1}{T_j} = \frac{\omega_j}{2\pi} \quad (3.12)$$

Durch Einsetzen der Eigenwerte ω_j^2 in Gleichung (3.10) erhält man die zugehörigen Eigenvektoren $\boldsymbol{\Phi}_j$. Diese entsprechen den Eigenformen bzw. Moden des Systems. Gleichung (3.10) beschreibt einen Satz linear abhängiger Gleichungen, d.h. für die Bestimmung der Eigenvektoren $\boldsymbol{\Phi}_j$ muss für eine Koordinate ein Wert festgelegt werden. Somit ist auch jeder beliebig skalierte Vektor $\alpha \cdot \boldsymbol{\Phi}_j$ ein Eigenvektor des Bewegungsdifferentialgleichungssystems (3.8) [Müller 2011]. Eine übliche Skalierung der Eigenvektoren ist die Normierung bezüglich der Massenmatrix, so dass gilt [Stelzmann u. a. 2006]:

$$\boldsymbol{\Phi}_j^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi}_j = 1 \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\Phi}_j^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi}_j = \omega_j^2 \quad (3.13)$$

3.2.2 Umsetzung in ANSYS®

Die Berechnung erfolgt in ANSYS® in dem Lösungsprozessor (/SOL). Der durchzuführende Analysetyp wird mit `ANTYPE,MODAL` festgelegt. Die Lösung des Eigenwertproblems wird mit dem Befehl `MODOPT` gesteuert. Hier wird mit `MODOPT,LANB,n_formen` das Block-Lanczos-Verfahren gewählt. Mit dem Parameter `n_formen` wird die Anzahl der zu berechnenden Eigenwerte (beginnend mit dem Niedrigsten) festgelegt. Das Block-Lanczos-Verfahren ist das gängigste Verfahren zur Eigenwertbestimmung und auch für große Matrizen, wie sie hier vorliegen, geeignet [Stelzmann u. a. 2006]. Mit `MXPA` wird schließlich vorgegeben, für wie viele Eigenfrequenzen die jeweils zugehörigen Eigenformen berechnet werden sollen. Das gesamte Code-Fragment für die Modalanalyse sieht wie folgt aus:

```

/SOL
n_formen=40
ANTYPE,MODAL
MODOPT,LANB,n_formen
MXPA,n_formen
SOLVE
FINI

```

Die Lösung kann in dem Postprozessor (General Postprocessing) z.B. mit dem „Results Viewer“ dargestellt werden:

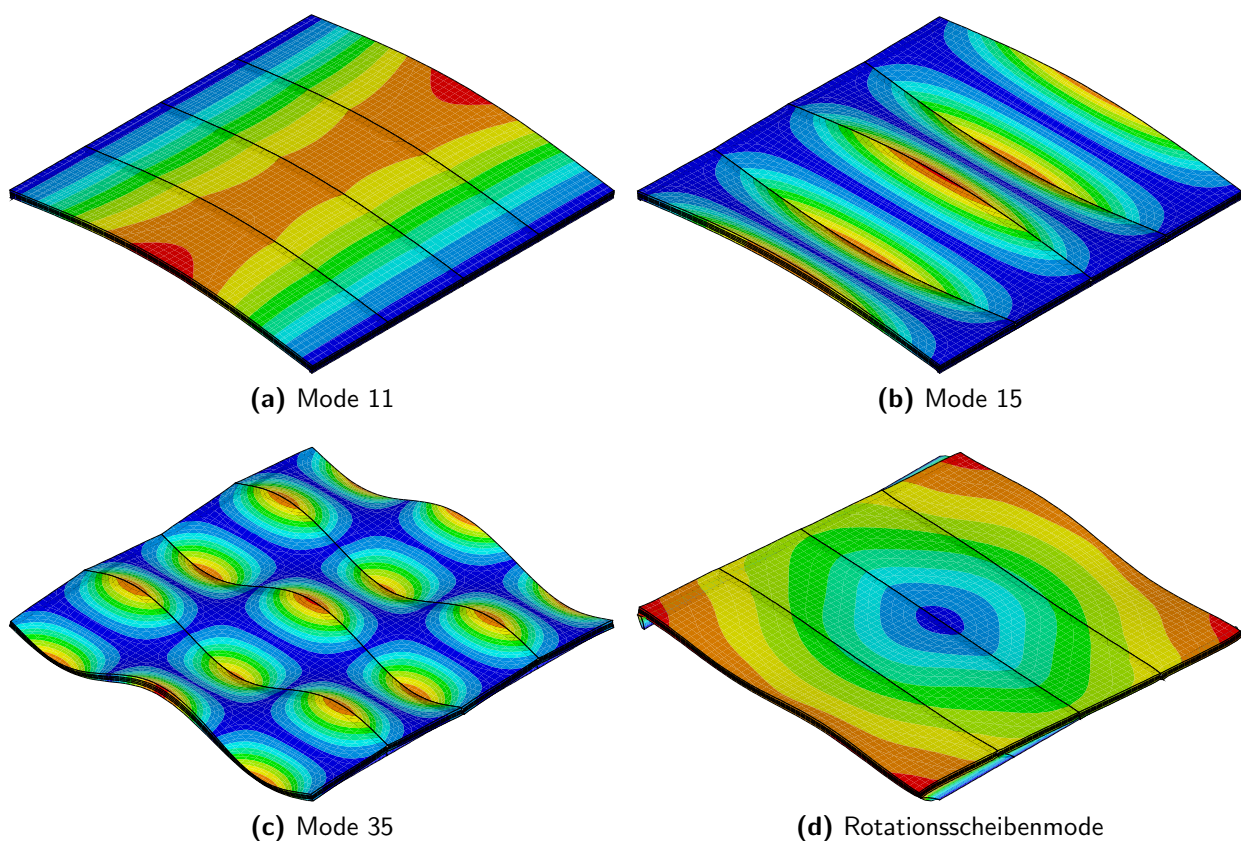


Abbildung 3.6: Beispiele für Eigenformen einer Decke bestehend aus vier gekoppelten Plattenstreifen

Die meisten Moden sind Moden, deren Verformungen in erster Linie senkrecht zur Plattenebene stehen (Plattenmoden). Es gibt aber auch Moden mit Verformungen hauptsächlich in der Plattenebene (Scheibenmoden), deren Verformungsfigur vom „Schwimmen“ der Brettsperrholzelemente auf den Elastomerstreifen dominiert wird. Abbildung 3.6d zeigt ein

Beispiel hierfür. Diese Moden sind im Rahmen dieser Arbeit von untergeordneter Bedeutung, da ihre Frequenzen hauptsächlich von der Elastomersteifigkeit abhängen. Außerdem wurden im Prüfstand an den Decken die Beschleunigungen lediglich in Z-Richtung gemessen, wodurch für diese Moden keine gemessenen Eigenfrequenzen vorliegen.

Für die Plattenmoden wurde eine einheitliche Nomenklatur festgelegt, die es erlaubt, die Form einer Mode durch zwei Ziffern eindeutig zu beschreiben. Die erste Ziffer ist dabei die Anzahl der Berge und Täler in X-Richtung (Spannrichtung der Plattenstreifen). Die zweite Ziffer ist entsprechend die Anzahl der Berge und Täler in Y-Richtung. Die erste Eigenform heißt somit Mode „11“. In Abbildung 3.6 sind beispielhaft einige Moden mit ihrer Benennung dargestellt.

3.3 Konvergenzstudie

Da die Methode der Finiten Elemente aufgrund der Diskretisierung einer kontinuierlichen Wirklichkeit eine Näherungslösung darstellt, hängt das Berechnungsergebnis u.a. von der Feinheit dieser Diskretisierung (d.h. der Elementgröße) ab. Je feiner das Raster der Knoten gewählt wird, desto genauer kann das numerische Modell das tatsächliche mechanische Modell abbilden.

Deshalb wird eine Konvergenzstudie durchgeführt um das verwendete FE-Modell auf Plausibilität zu prüfen und eine ausreichende Genauigkeit sicher zu stellen. Dabei wird das Rechenergebnis (hier: die Frequenzen der ersten 40 Eigenformen) in Abhängigkeit der Größe der Finiten Elemente untersucht. Wie diese Eigenfrequenzen berechnet werden, wird in Kapitel 3.2 ausführlich erläutert. Die Berechnungen wurden an einem Deckenmodell mit vier gekoppelten Plattenstreifen aus fünf-lagigem Brettsperrholz durchgeführt. Das Modell entspricht der größten untersuchten Decke aus dem Deckenprüfstand in Rosenheim (siehe Kap. 2.3). Für die Konvergenzstudie wurde die Elementgröße im FE-Modell ausgehend von der später verwendeten Größe in vier Stufen verkleinert: (Die gerundete Anzahl an Freiheitsgraden (FG) bezieht sich nur auf die Brettsperrholzelemente.)

- später verwendete Größe:
10 cm x 10 cm x “Brettschichtdicke“ $\hat{=}$ ca. 0,06 Mio FG
- 1. Stufe:
5 cm x 5 cm x “Brettschichtdicke“ $\hat{=}$ ca. 0,23 Mio FG
- 2. Stufe:

5 cm x 5 cm x " $\frac{1}{2}$ Brettschichtdicke" $\hat{=}$ ca. 0,42 Mio FG

- 3.Stufe:

5 cm x 5 cm x " $\frac{1}{3}$ Brettschichtdicke" $\hat{=}$ ca. 0,61 Mio FG

- 4.Stufe:

2,5 cm x 2,5 cm x " $\frac{1}{3}$ Brettschichtdicke" $\hat{=}$ ca. 2,38 Mio FG

Da die Konvergenzstudie vor der Identifikation der Steifigkeitsparameter durchgeführt wird, werden für diese Parameter realistische Werte gewählt. Die Eigenfrequenzen der einzelnen Moden sind absolut gesehen deswegen nicht ganz richtig. Allerdings wird sich das hier betrachtete Konvergenzverhalten der Moden durch eine geringe Variation der Steifigkeitsparameter nicht ändern.

In Abb. 3.7 auf Seite 31 sind drei Konvergenzdiagramme für die jeweils ersten 40 Moden dargestellt. Es wird jeweils eine andere Modellierung der Verbindung der einzelnen Plattenstreifen gewählt (siehe Abbildung 3.9). Wie diese Verbindung im Prüfstand ausgebildet wurde, wird in Abbildung 2.8a gezeigt. In Abbildung 3.8 ist die Legende zu den Konvergenzdiagrammen dargestellt. Dabei wird die in Kapitel 3.2.2 erklärte Nomenklatur für die Plattenmoden verwendet.

Das linke und das mittlere Konvergenzdiagramm repräsentieren im Rahmen der Abstrahierung der ausgeführten Plattenverbindung zwei Extremwerte. Beim linken Diagramm wird von einer komplett gelenkigen Plattenverbindung ausgegangen; dem mittleren wird zu Grunde gelegt, dass die Verbindung mit dem Funierschichtholz quasi unendlich starr ist. Das rechte Diagramm liegt zwischen diesen beiden Extrema. Es soll abhängig von der gewählten Federsteifigkeit die Wirklichkeit möglichst genau abbilden. Die Federsteifigkeit hängt dabei zum einen vom E-Modul des Verbindungsbrettes unter Querbiegung und zum anderen von der Steifigkeit und genauen Position der Verbindungsmittel ab. Hier wird als erste Näherung eine Linien-Federsteifigkeit von $10 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}\cdot\text{m}}$ gewählt. Diese wird je nach Netzverfeinerung mit der Elementlänge multipliziert um eine Steifigkeit für die COMBIN14-Elemente zu erhalten.

In allen Konvergenzdiagrammen sieht man gut, wie die für eine konvergierte Lösung benötigte Elementzahl mit zunehmender Komplexität der Moden zunimmt. Während sich die ersten drei Eigenfrequenzen in Abhängigkeit der Elementgröße nicht ändern, beobachtet man speziell bei den Moden ab ca. 100 Hz, dass ihre Frequenz leicht abfällt. Für die ersten Moden würde also vermutlich ein noch gröberes Elementraster genügen, wobei man allerdings ein ausgeglichenes Kantenlängenverhältnis (siehe S. 19) nicht aus den Augen verlieren sollte. Für viele der höheren Moden scheint dagegen eine Elementverfeinerung bis zur Stufe 3 sinnvoll.

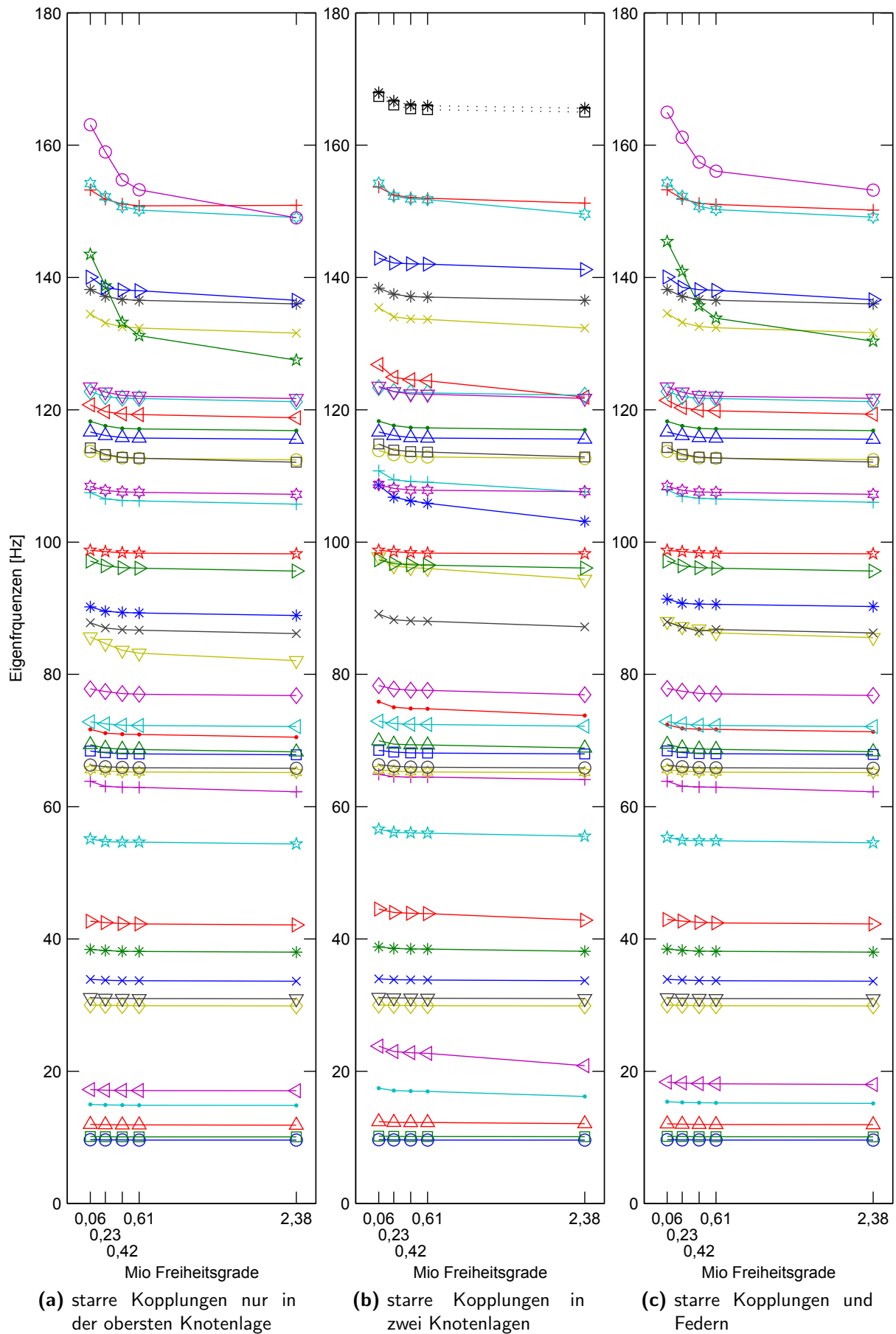


Abbildung 3.7: Konvergenzdiagramme

Mode	Mode	Mode	Mode
11	Scheibe Y-Ri.	36	38
12	31	41+Scheibe X-Ri.	46
13	32	28	Scheibe Rotation
14	33	42	19
15	26	43	47
21	17	37	39
22	34	41	kombin. Platte/Scheibe
23	35	44	51
24	19'	29	52
25	27	42+Scheibe Rotation	
16	18	45	

Abbildung 3.8: Legende zu den Konvergenzdiagrammen

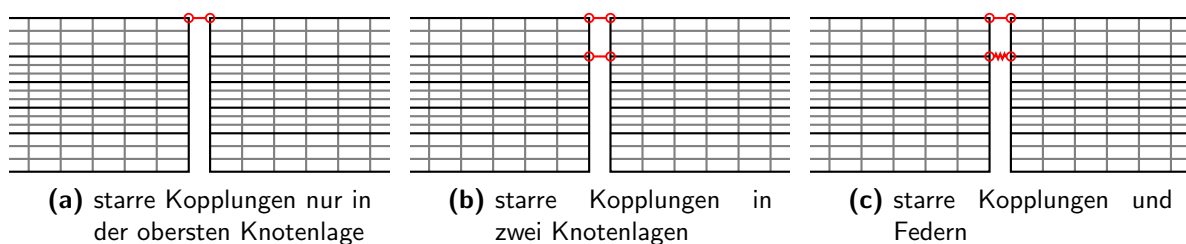


Abbildung 3.9: Modellierung der Plattenverbindungen (hier mit dem feinsten FE-Netz dargestellt)

Des Weiteren erkennt man, dass die Modellierung der Plattenverbindung auf die Moden, welche keine Knicke an den Plattenstreifengrenzen aufweisen (z.B. „11“, „21“, „31“), keinen Einfluss hat. Dagegen ändern sich die Frequenzen anderer Moden mit entsprechend starken Knicken an den Plattengrenzen zum Teil entscheidend (z.B. „14“, „15“, „17“, „25“, „35“).

In den Diagrammen 3.7a und 3.7c zeigen zwei Moden ein sehr schlechtes Konvergenzverhalten. Durch die Modellierung der Plattenverbindung wie in Abbildung 3.9b steigen die Frequenzen dieser beiden Mode so weit, dass sie nicht mehr zu den ersten 40 Moden gehören. Somit treten in Diagramm 3.7b zwei andere Moden an ihre Stelle.

Die höhere der beiden Moden ist eine schwer zu beschreibende Mode mit Platten- und Scheibenverformungen, die hier nicht weiter beachtet wird, da sie weit über dem in der Einleitung erwähnten zu untersuchenden Frequenzbereich (bis 100 Hz) liegt. Auf die andere Mode wird allerdings kurz eingegangen, da sie sehr ähnlich zu einer Mode im relevanten Frequenzbereich ist. Nach der in Kapitel 3.2 festgelegten Nomenklatur müssten diese beiden ähnlichen Moden „19“ heißen. Um sie unterscheiden zu können, wird die mit der niedrigeren Eigenfrequenz „19“ und die mit der höheren Eigenfrequenz „19“ genannt. Eine Seitenansicht der Moden ist in Abbildung 3.10 bzw. 3.11 zu sehen.

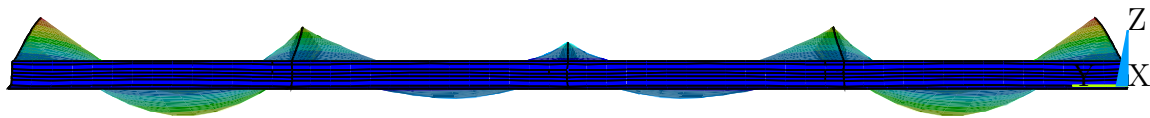


Abbildung 3.10: Mode 19'

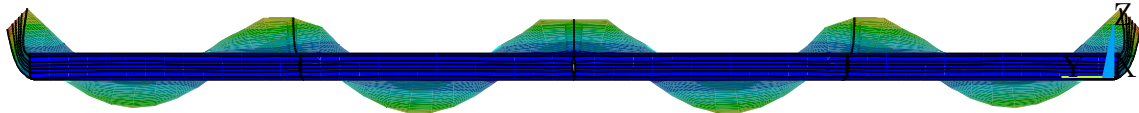


Abbildung 3.11: Mode 19

Die Mode „19“ weist bei der Modellierung mit nur einer starren Kopplung das schlechteste Konvergenzverhalten der Moden unter 100 Hz auf. Es wird vermutet, dass dies an der einzelnen starren Kopplung liegt. Diese bewirkt lokal eine sehr große Spannungszunahme (Singularität), was lokal zu einer starken Elementverzerrung führt. Die verwendeten finiten Elemente sind nicht geeignet solche großen Dehnungen abzubilden [Bletzinger 2008]. Daraus folgt eine schlechte Konvergenz, da eine Netzverfeinerung eine Lokalisierung und damit eine Zunahme dieser großen Verzerrungen bewirkt. Die großen Verzerrungen erkennt man bei Mode „19“ an den Knicken in der Verformungsfigur sehr gut (Abb. 3.11). Das Plateau in der Mitte kommt durch die starke Dehnung der beiden Elemente rechts und links der Kopplung zu Stande.

Um diese Singularität zu beseitigen, kam die Idee auf, die Plattenverbindung mit nicht nur einer Kopplung zu modellieren. Ein erster Versuch war die Modellierung mit zwei starren Kopplungen wie in Abb. 3.9b (obwohl dadurch die Steifigkeit der Plattenverbindung zu groß ist). Auch wenn diese Modellierung die Singularität abmindert, falls nur ein Element über die Brettschichtdicke verwendet wird, so resultiert sie allerdings in zwei Singularitäten, falls drei Elemente über die Brettschichtdicke angeordnet werden. Man beobachtet somit auch kein besseres Konvergenzverhalten. Dieses könnte evtl. verbessert werden, wenn immer alle Knoten der obersten Brettschicht an der Plattengrenze gekoppelt werden würden. Da diese Art der Modellierung der Plattenverbindung allerdings wie bereits erwähnt zu steif ist, wird darauf nicht näher eingegangen und statt dessen die Modellierung mit den Federn (Abb. 3.9c) genauer betrachtet.

Auch die Modellierung mit den Federn an den Plattengrenzen bewirkt eine gewisse Verteilung der lokalen Verzerrungen. Aufgrund der hier gewählten geringen Federsteifigkeit unterscheidet sich allerdings das Konvergenzverhalten der meisten Moden im relevanten Frequenzbereich (bis 100 Hz) kaum von der Modellierung mit nur einer Kopplungslinie. Es fällt aber

das geänderte Konvergenzverhalten der Mode „19“ auf. So beträgt die Abweichung zwischen dem ersten und dem letzten Wert im Konvergenzdiagramm bei der Modellierung mit Federn 2,8 % gegenüber 4,2 % bei der Modellierung mit nur einer starren Kopplung. Der wichtigste Unterschied zwischen diesen beiden Modellierungsarten ist allerdings, dass die Federn einen Einfluss auf die Frequenzen der Moden mit Knicken in den Kopplungslinien haben. So ist z.B. die Frequenz der Mode „15“ ca. 1 Hz (oder 6,5 %) höher als bei der Modellierung ohne Federn.

Fazit der Konvergenzbetrachtungen:

Die Modellierung der Plattenverbindung mit zwei Kopplungslinien ist zu steif und hat ein unvorteilhaftes Konvergenzverhalten. Das Konvergenzverhalten der Modellierung mit nur einer Kopplungslinie und der Modellierung mit den Federn unterscheidet sich kaum. Im relevanten Frequenzbereich (bis 100 Hz) beträgt der mittlere Unterschied vom ersten zum letzten Wert der Konvergenzdiagramme bei beiden Modellierungsarten 1,2 %. Damit genügt die Netzauflösung mit einer Element-Kantenlänge von 10 cm x 10 cm x „Brettschichtdicke“. Da die Modellierung mit den Federn einige Eigenfrequenzen signifikant beeinflusst, wird diese für das weitere Vorgehen gewählt. Bei der Parameteridentifikation wird die Steifigkeit der Federn variabel gelassen, da eine Bestimmung vorab schwierig ist.

4 Verwendete Messergebnisse

Wie bereits in Kapitel 2.3 beschrieben, wurden in den Deckenprüfstand des Labors für Schallmesstechnik der Hochschule Rosenheim vier baugleiche Deckenelemente mit den Abmessungen 5,5 m x 1,37 m eingebaut. Es handelt sich um Brettsperrholzplatten des Typs Leno[®] 105 der Firma Metsä Wood Merk GmbH (siehe [Metsä Wood Merk GmbH 2012]). Dieser Typ ist fünf-lagig und hat einen symmetrischen Lagenaufbau mit den Schichtdicken 27-17-17-17-27 mm. Dabei liegen in den Decklagen und in der Mittellage die Holzfasern parallel zur Spannrichtung der Deckenelemente. Um die Dichte ρ für die Berechnung der Massenmatrix $\mathbf{M}$ zu erhalten, wurden die Deckenelemente vor dem Einbau gewogen.

Die Auswertung der Schwingungsmessung (experimentelle Modalanalyse) erfolgte am Lehrstuhl für Baumechanik der TU München. Da dies nicht Teil dieser Masterarbeit ist, werden die Ergebnisse hier lediglich aufgelistet.

4.1 Dichte der Brettsperrholzplatten

Die durch Wägung ermittelte Masse der einzelnen Deckenelemente beträgt:

Tabelle 4.1: Masse der Deckenelemente

Element	Masse [kg]
1	372
2	343
3	368
4	339
Mittelwert	356

Das Volumen eines Deckenelementes wird unter Berücksichtigung der 10 cm breiten Aussparungen an jeder langen, oberen Kante für die spätere Kopplung (siehe Abbildung 2.8a) wie

folgt berechnet:

$$V = 1,37 \text{ m} \cdot 5,5 \text{ m} \cdot 0,105 \text{ m} - 2 \cdot (0,1 \text{ m} \cdot 5,5 \text{ m} \cdot 0,027 \text{ m}) = 0,761 \text{ m}^3 \quad (4.1)$$

Damit ergibt sich die Dichte zu:

$$\varrho = \frac{356 \text{ kg}}{0,761 \text{ m}^3} = 468 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (4.2)$$

Für die Berechnung in ANSYS® wird sie auf $470 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ gerundet. Damit ist das numerische Modell bereits bezüglich der Dichte auf die Messergebnisse abgestimmt.

4.2 Eigenformen, Eigenfrequenzen und Dämpfung der verschiedenen Plattenanordnungen

Da bei den Messungen die Beschleunigungen nur in Z-Richtung gemessen wurden, konnten auch nur Moden mit Verformungen senkrecht zur Plattenebene (Plattenmoden) gemessen werden. Auf Seite 29 wurde für diese Moden eine einheitliche Nomenklatur festgelegt. Nach dieser sind alle Moden in den folgenden Tabellen benannt. Es ist zu jeder Eigenform die zugehörige Eigenfrequenz f sowie die modale Dämpfung als Abklingkonstante δ und Dämpfungsgrad ϑ angegeben.

Tabelle 4.2 zeigt die Messergebnisse für die einzelnen Deckenelemente. Es wurden dabei alle vier Deckenelemente separat gemessen und die Ergebnisse gemittelt. Die Tabellen 4.3 und 4.4 zeigen die Messergebnisse der Messungen an zwei bzw. vier gekoppelten Deckenelementen.

Da für das in der Einleitung erwähnte Forschungsprojekt vor allem der Frequenzbereich unter 100 Hz interessant ist, werden bei dem folgenden Modellabgleich in erster Linie die Eigenfrequenzen, welche in diesem Frequenzbereich liegen, berücksichtigt. Das Modell wird also nur auf die Eigenformen, deren Frequenzen unter oder nahe 100 Hz liegen abgestimmt (siehe Kapitel 5.2.4).

Tabelle 4.2: gemittelte Messergebnisse der einzelnen Deckenelemente

Mode	f [Hz]	δ [Hz]	ϑ [%]
11	8,2	0,09	1,05
12	15,9	0,15	0,97
13	106,8	0,70	0,65
21	30,5	0,41	1,35
22	39,5	0,44	1,11
23	117,8	1,02	0,87
31	63,7	0,96	1,51
32	72,2	0,87	1,21
33	138,5	1,56	1,13
41	105,3	1,95	1,85
42	113,1	1,52	1,34
43	-	-	-

Tabelle 4.3: Messergebnisse für zwei gekoppelte Deckenelemente

Mode	f [Hz]	δ [Hz]	ϑ [%]
11	8,7	0,16	1,88
12	10,6	0,07	0,70
13	17,1	0,17	1,00
14	64,3	0,50	0,78
15	102,0	0,85	0,83
21	30,7	0,54	1,77
22	33,1	0,33	1,01
23	40,0	0,41	1,03
24	74,4	0,69	0,93
25	-	-	-
31	64,3	0,50	0,78
32	66,7	0,79	1,19
33	72,5	0,86	1,19
34	97,8	1,14	1,17
35	-	-	-
41	109,0	1,71	1,57
42	109,0	1,71	1,57
43	113,0	2,08	1,84
44	-	-	-
45	-	-	-

Tabelle 4.4: Messergebnisse für vier gekoppelte Deckenelemente

Mode	f [Hz]	δ [Hz]	ϑ [%]
11	9,1	0,22	2,36
12	8,5	0,05	0,64
13	10,6	0,08	0,75
14	14,2	0,13	0,89
15	17,4	0,17	0,98
16	45,1	0,39	0,87
17	60,5	0,63	1,04
21	-	-	-
22	30,5	0,25	0,82
23	32,8	0,25	0,78
24	36,5	0,35	0,95
25	39,9	0,39	0,98
26	57,8	0,57	0,98
27	-	-	-
28	92,9	1,49	1,60
29	122,0	1,61	1,32
210	136,0	2,41	1,77
31	-	-	-
32	63,5	0,79	1,25
33	65,4	0,75	1,15
34	-	-	-
35	72,2	0,95	1,31
36	84,4	1,08	1,28
37	97,1	1,28	1,32
38	-	-	-
39	140,0	2,31	1,65
41	-	-	-
42	-	-	-
43	104,0	1,70	1,63
44	-	-	-
45	-	-	-
46	-	-	-
47	131,0	2,10	1,60

5 Identifikation der Steifigkeitsparameter

Die Grundlage der Parameteridentifikation bildet ein Optimierungsalgorithmus, welcher die gesuchten Steifigkeitsparameter so variiert, dass der Unterschied der berechneten Eigenfrequenzen zu den gemessenen minimal wird. Dieser Algorithmus wurde in MATLAB® (siehe Abschnitt A.1.2) implementiert. Im Laufe des Optimierungsprozesses müssen die Eigenfrequenzen des Modells sehr häufig in Abhängigkeit von verschiedenen Parameterkonfigurationen mit ANSYS® berechnet werden. Dazu wird ANSYS® im Batch-Modus ausgeführt und von MATLAB® gesteuert. Dieses Vorgehen wird im folgenden Abschnitt genauer erläutert.

5.1 Schnittstelle zwischen Matlab® und ANSYS®

5.1.1 Ausführung von ANSYS® im Batch-Modus

ANSYS® kann mit Hilfe des „ANSYS Product Launchers“ im Batch-Modus ausgeführt werden (siehe Abbildung 5.1). Dies bedeutet, dass es im Hintergrund läuft, ohne dass die grafische Benutzeroberfläche geöffnet wird. Dazu muss unter anderem das Arbeitsverzeichnis, der Job-Name, die Eingabedatei, welche den APDL-Code mit den auszuführenden ANSYS®-Befehlen enthält, sowie eine Ausgabedatei, in welche das Protokoll und die wichtigsten Ergebnisse geschrieben werden, ausgewählt werden. Ein Klick auf „Run“ führt ANSYS® im Hintergrund aus, was an einem neuen Symbol in der Taskleiste sichtbar wird.

Eine andere Möglichkeit ANSYS® im Batch-Modus auszuführen funktioniert über den Kommandozeileninterpreter. Bei Windows heißt dieser „Eingabeaufforderung“ und kann z.B. über Start->Ausführen->„cmd“ geöffnet werden. Die dazu erforderliche Kommandozeile kann mit dem „ANSYS Product Launcher“ erzeugt werden. Dazu wählt man im Menü, nachdem alle Einstellungen erfolgt sind, „Tools->Display Command Line“. Bei den Einstellungen wie in Abbildung 5.1 lautet diese:

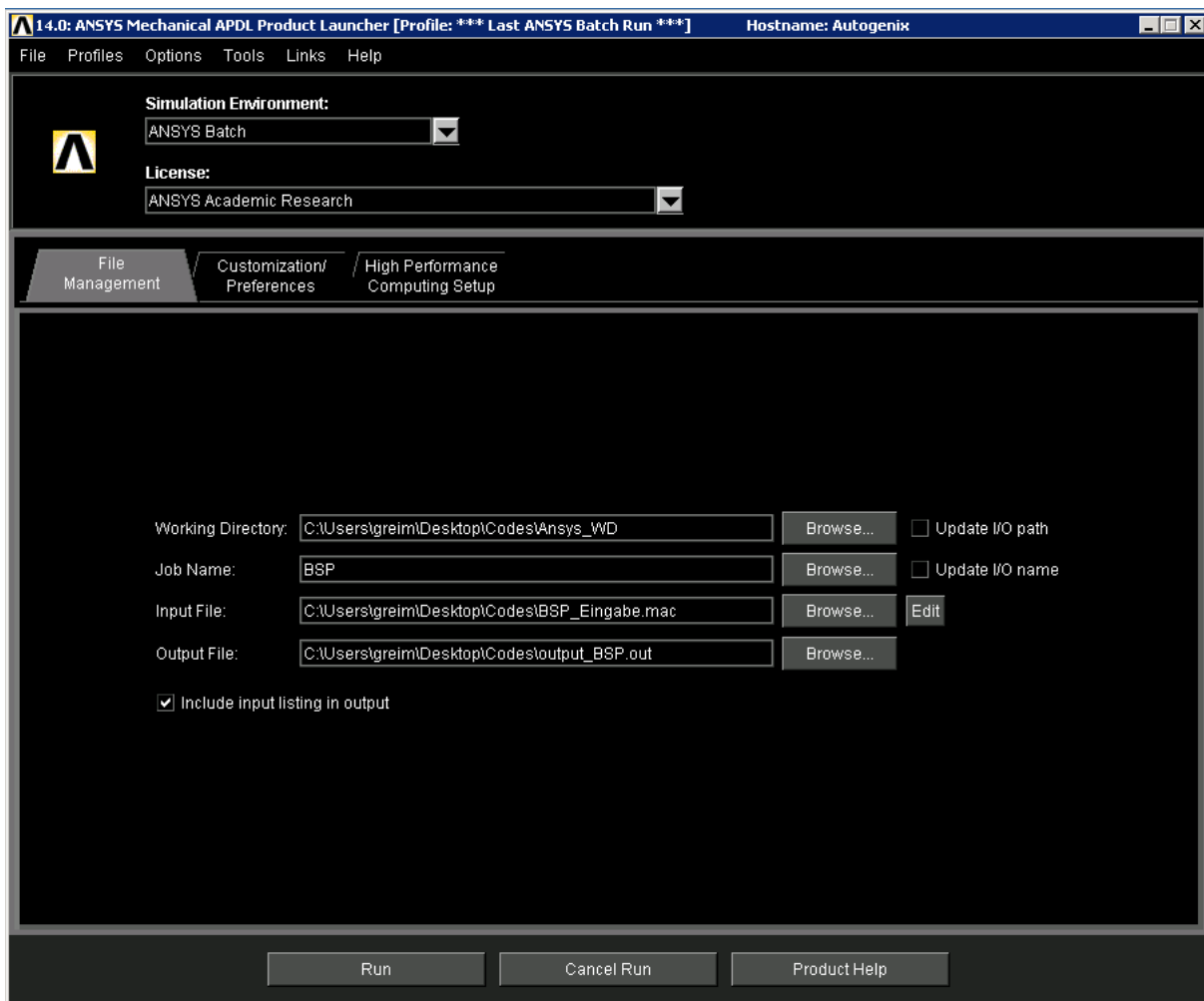


Abbildung 5.1: Der ANSYS Product Launcher mit allen Einstellungen für eine Ausführung von ANSYS im Batch-Modus

```
"C:\Program Files\ANSYS Inc\v140\ANSYS\bin\winx64\ansys140.exe" -p aa_r
-dir "C:\Users\greim\Desktop\Codes\Ansys_WD" -j "BSP" -s noread -l en-us
-b -i "C:\Users\greim\Desktop\Codes\BSP_Eingabe.mac"
-o "C:\Users\greim\Desktop\Codes\output_BSP.out"
```

In dieser Kommandozeile wird als erstes das auszuführende Programm gewählt und anschließend einige Kommando-Optionen mit Werten belegt. Hier bedeuten letztere:

-p Auswahl des Produktnamens, hier wird die „ANSYS Academic Research“ Lizenz verwendet (=aa_r).

-dir Spezifikation des Arbeitsverzeichnisses

-j Job-Name

- s Festlegung, ob die start.ans-Datei zu Beginn gelesen werden soll. In dieser können benutzerdefinierte Voreinstellungen (wie z. B. definierte Befehlsabkürzungen) gespeichert werden. (Dies wird im „ANSYS Product Launcher“ in der Registerkarte „Customization/Preferences“ festgelegt.)
- l Sprache von ANSYS® (hier: US-amerikanisches Englisch; dies wird ebenfalls in der Registerkarte „Customization/Preferences“ gewählt)
- b Die Eingabedatei wird auch in die Ausgabedatei geschrieben. (Mit dem Wert „nolist“ könnte dies verhindert werden.)
- i Eingabedatei („BSP_Eingabe.mac“)
- o Ausgabedatei („output_BSP.out“)

Wird die Kommandozeile in einer Batch-Datei (ASCII-codiert, Dateiendung: *.bat) gespeichert, kann sie durch Aufrufen dieser Datei im Kommandozeileninterpreter einfach ausgeführt werden. In dieser Masterarbeit heißt diese Datei „ansys_BSP.bat“.

Auch von MATLAB® aus kann auf den Kommandozeileninterpreter zugegriffen werden. Dafür muss vor ein Kommando ein Ausrufezeichen (!) geschrieben werden. Das Kommando hinter dem Ausrufezeichen gibt MATLAB® an den Kommandozeileninterpreter weiter und wartet bis dieser mit der Ausführung abgeschlossen hat, bevor es in seinem Programm fortfährt. Unter der Voraussetzung, dass sich die Batch-Datei im Arbeitsverzeichnis von MATLAB® befindet, lautet der Befehl um ANSYS® mit den oben beschriebenen Vorgaben auszuführen:

Listing 5.1: Ausführen einer Batch-Datei

1

```
!ansys_BSP.bat
```

5.1.2 Datenaustausch

Mit dem soeben beschriebenen Vorgehen kann ANSYS® in einem MATLAB®-Programm gestartet werden. Für eine Interaktion fehlt allerdings noch die Möglichkeit eines Datenaustausches.

Als erstes ist dafür erforderlich, dass alle Parameter mit ihren aktuellen Werten von MATLAB® an ANSYS® übergeben werden können. Dazu wird mit MATLAB® für jede Parametergruppe

(z.B. Geometrie, Steifigkeitsparameter Holz, ...) eine Parameterdatei mit dem Namen „parameter_XXX.mac“ geschrieben (siehe Listing 5.2). In diesen Dateien wird jedem ANSYS®-Parameter der aktuelle Wert aus MATLAB® zugewiesen (z.B. `ex_holz=10e6`). Die Parameterdateien werden in die ANSYS®-Haupteingabedatei („BSP_Eingabe.mac“) mit dem `/INPUT`-Befehl eingebunden. Dadurch werden sie beim Start von ANSYS® durch den Kommandozeileninterpreter mitgelesen.

Listing 5.2: Beispiel für die Erstellung der Parameterdateien

```

1 fid = fopen([directory '\parameter_brettsperrholzdecke.mac'],'wt');
2 %In der Variablen "directory" wurde das Arbeitsverzeichnis von Matlab gespeichert
3
4 fprintf(fid,[...
5     'rho_holz=' num2str(rho_holz) '\n' ...
6     'ex_holz=' num2str(ex_holz) '\n' ...
7     'ey_holz=' num2str(ey_holz) '\n' ...
8     'ez_holz=' num2str(ez_holz) '\n' ...
9     'gxy_holz=' num2str(gxy_holz) '\n' ...
10    'gyz_holz=' num2str(gyz_holz) '\n' ...
11    'gxz_holz=' num2str(gxz_holz) '\n' ...
12    'nuexy_holz=' num2str(nuexy_holz) '\n' ...
13    'nueyz_holz=' num2str(nueyz_holz) '\n' ...
14    'nuexz_holz=' num2str(nuexz_holz) '\n' ...
15    ']);
16 fclose(fid);

```

Die Übergabe der Ergebnisse von ANSYS® an MATLAB® erfolgt auf zwei Wege. Während die Eigenfrequenzen in die *.out-Datei geschrieben werden, müssen die Eigenvektoren in separate *.txt-Dateien exportiert werden.

Die Eigenfrequenzen werden in der *.out-Datei mit einer Kopfzeile gekennzeichnet. Wie in Listing 5.3 gezeigt, wird mit MATLAB® in der Ausgabedatei nach dieser Kopfzeile gesucht und die folgenden Zeilen, d.h. die Modennummern mit zugehöriger Eigenfrequenz, in der Variable `data` gespeichert. Die Werte der Frequenzen werden dann aus dieser Variablen in den Vektor `frequenz` geschrieben.

Listing 5.3: Auslesen der Eigenfrequenzen aus der ANSYS-Outputdatei

```

1 fid = fopen([directory '\output_BSP.out']);
2 l = fgetl(fid);

```

```

3 while ~feof(fid) && isempty(strfind(l, '*** FREQUENCIES FROM BLOCK LANCZOS
    ITERATION ***'))
4     l = fgetl(fid);
5 end
6 data = textscan(fid,'%f %f',n_formen,'headerlines', 4);
7 fclose(fid);
8
9 frequenz=data{1,2};

```

Die Eigenfrequenzen sind in der *.out-Datei der Größe nach geordnet. Da sich die Reihenfolge der Moden allerdings in Abhängigkeit der eingegebenen Parameter ändern kann, werden die zugehörigen Eigenvektoren benötigt um die Frequenzen bestimmten Moden zuzuordnen zu können. Diese werden im /POST1-Modul von ANSYS® jeweils in eine eigene *.txt-Datei geschrieben. Um die Datenmengen zu reduzieren, werden dabei nur die Z-Komponenten der Verschiebungen von den Knoten einer Knotenlage im Brettsperrholz berücksichtigt. (Der APDL-Code für diesen Exportvorgang befindet sich auf der beiliegenden CD in der Datei „knotenverschiebungen.mac“.)

Die *.txt-Dateien werden von MATLAB® eingelesen (siehe Listing 5.4) und in den Vektoren UZ_i gespeichert.

Listing 5.4: Einlesen der Knotenverschiebungen je Mode

```

1 i=1;
2 fid = fopen([directory '\Ansys_WD\UZ_' num2str(i) '.txt']);
3 while fid~=-1
4     data = textscan(fid,'%f');
5     fclose(fid);
6     eval(['UZ_' num2str(i)] '=data{1,1};'])
7     i=i+1;
8     fid = fopen([directory '\Ansys_WD\UZ_' num2str(i) '.txt']);
9 end

```

Somit sind bis hierher die Eigenfrequenzen mit ihren zugehörigen Eigenvektoren im Arbeitsspeicher von MATLAB® gespeichert. Damit ein Algorithmus diese Moden nach der in Abschnitt 3.2.2 definierten Nomenklatur benennen kann, werden Referenz-Eigenvektoren benötigt, welche bereits nach der Nomenklatur benannt sind. Nach einem Vergleich der neuen Eigenvektoren mit den Referenz-Eigenvektoren wird jeder Eigenvektor (und die da-

zugehörige Eigenfrequenz) nach dem Referenz-Eigenvektor benannt, mit dem er am besten übereinstimmt.

Die Referenz-Eigenvektoren werden gewonnen, indem die Eigenvektoren mit dem ANSYS®-Modell einmal für eine beliebige Parameterkombination berechnet und nach dem oben beschriebenen Prinzip in *.txt-Dateien exportiert werden. Diese *.txt-Dateien werden dann manuell unter Betrachten der Ergebnisse in der grafischen Benutzeroberfläche von ANSYS® entsprechend der Moden-Nomenklatur umbenannt (z.B. refUZ_11.txt für Mode 11). Dabei werden nur Moden beachtet, welche auch gemessen wurden, da alle anderen Moden für den Modellabgleich nicht von Bedeutung sind. Das MATLAB®-Programm liest diese Referenz-Eigenvektoren zu Beginn analog zu 5.4 ein, so dass auch diese im Arbeitsspeicher gespeichert sind.

Anschließend werden die gemessenen Eigenfrequenzen manuell in den Vektor `freq_m` geschrieben. In der selben Reihenfolge werden die Namen (11, 12, 13, 21, etc.) der zugehörigen Moden in den Vektor `modennr` eingegeben, damit die Eigenfrequenzen den Moden eindeutig zugeordnet werden können.

Der Vergleich der neu berechneten Eigenvektoren Φ_{ak} mit den Referenz-Eigenvektoren Φ_{rj} erfolgt nach dem sog. Modal Assurance Criterion (MAC). Das MAC ist wie folgt definiert: [Friswell und Mottershead 1995]

$$\text{MAC}_{jk} = \frac{|\Phi_{rj}^T \Phi_{ak}|^2}{(\Phi_{ak}^T \Phi_{ak})(\Phi_{rj}^T \Phi_{rj})} \quad (5.1)$$

Das MAC nimmt Werte zwischen 0 und 1 an. Ein Wert von 1 bedeutet, dass die beiden Vektoren linear abhängig sind. Demnach entsprechen sich die Moden, deren MAC möglichst nahe bei 1 liegt.

Im MATLAB®-Programm wird eine MAC-Matrix berechnet, indem Gleichung (5.1) für jedes mögliche Paar an Eigenvektoren ausgewertet wird (siehe Listing 5.5).

Listing 5.5: Berechnung des MAC für jede berechnete Mode

```

1 %In dem Vektor modennr sind die Namen der gemessenen Moden nach der Nomenklatur
  gespeichert.
2 MAC=zeros(n_formen,length(modennr));
3 i=1;
4 j=i;
5 for i=1:1:n_formen
```

```

6   for j=1:1:length(modennr)
7       eval(['MAC(i,j)=(UZ_' num2str(i) '''*refUZ_' num2str(modennr(j)) ')^2/
8           ((UZ_' num2str(i) '''*UZ_' num2str(i) ')*
9           (refUZ_' num2str(modennr(j)) '''*refUZ_' num2str(modennr(j)) '));'])
10      end
11  end

```

Anschließend wird in dieser MAC-Matrix, wie in Listing 5.6 gezeigt, in jeder Spalte der größte Wert gesucht. So können die berechneten Eigenfrequenzen aus dem Vektor **frequenz** (siehe Listing 5.3) im Vektor **freq_a** in der gleichen Reihenfolge angeordnet werden wie die gemessenen Eigenfrequenzen im Vektor **freq_m** angeordnet sind.

Listing 5.6: Zuordnen der berechneten Frequenzen zu den gemessenen Moden

```

1  %In dem Vektor frequenz sind die Eigenfrequenzen der Größe nach gespeichert (so
   wie sie ANSYS ausgibt)
2  %Vektor freq_a enthält schließlich die Frequenzen der berechneten Moden in der
   Reihenfolge wie ihre Namen in dem Vektor modennr gespeichert sind
3  freq_a=zeros(length(modennr),1);
4  for j=1:1:length(modennr)
5      test=0;
6      for i=1:1:n_formen
7          if MAC(i,j)>=test
8              test=MAC(i,j);
9              freq_a(j)=frequenz(i);
10         end
11     end
12 end

```

Es können nun die mit der aktuellen Parameterkonfiguration berechneten Eigenfrequenzen leicht mit den gemessenen Eigenfrequenzen verglichen werden.

Abbildung 5.2 visualisiert noch einmal den Datenfluss in der Schnittstelle, welche es erlaubt ANSYS® von MATLAB® aus zu starten und einen Datenaustausch zwischen den beiden Programmen ermöglicht.

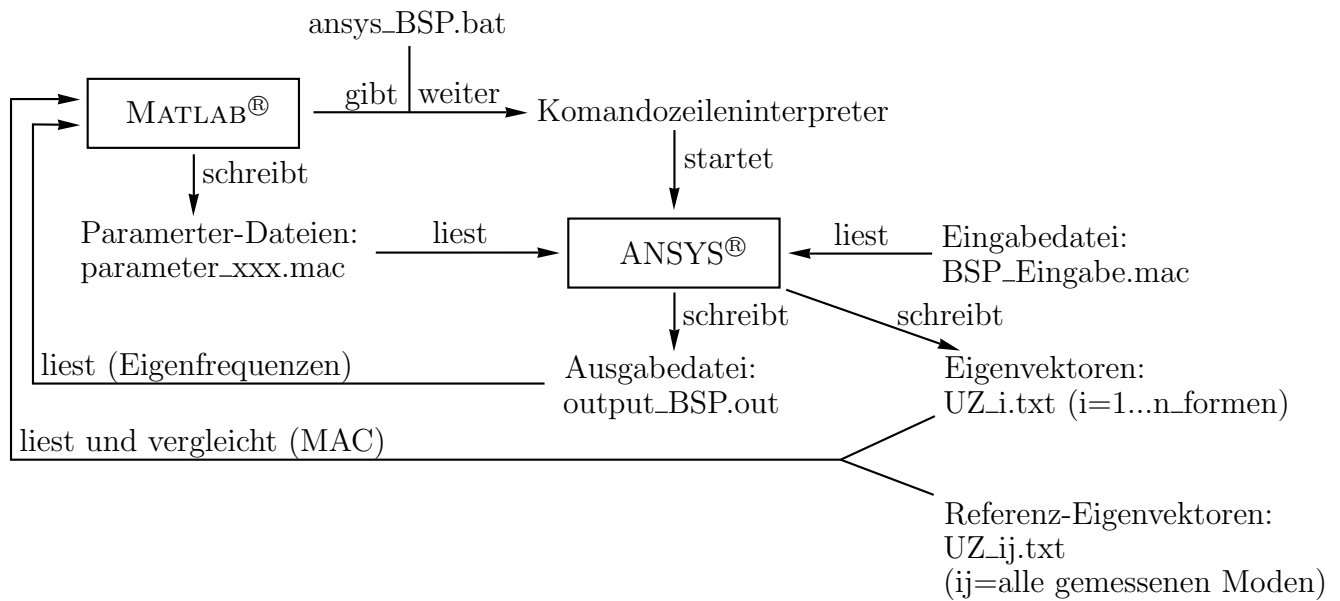


Abbildung 5.2: Ablaufschema der Interaktion zwischen Matlab® und ANSYS®

5.2 Modellabgleich durch Optimierung

Wie bereits beschrieben ist das Ziel die Steifigkeitsparameter des Holzes durch einen Modellabgleich zu identifizieren. Hierfür wird ein Optimierungsalgorithmus verwendet, welcher den Unterschied zwischen den berechneten und den gemessenen Eigenfrequenzen durch Anpassung der Steifigkeitsparameter minimiert. Durch Ausprobieren wurde im Vorfeld ermittelt, dass von den für das Materialmodell benötigten sechs Parametern (siehe Gleichung (2.20) auf Seite 10) nur fünf einen spürbaren Einfluss auf die Eigenfrequenzen des Systems haben. Eine Variation des Parameters ν_{yz} wirkt sich nicht auf die Eigenfrequenzen aus und wird daher im Modellabgleich nicht berücksichtigt. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass dieser Parameter durch den Modellabgleich nicht bestimmt werden kann. Zusätzlich zu den fünf verbleibenden Parametern ist, wie bereits in Abschnitt 3.3 erwähnt, die Federsteifigkeit k_y der Verbindungsfedern der Plattenkopplungen unbekannt. Da die Modellierung der Lagerung (siehe Kapitel 3.1.2) von der Realität etwas abweicht, sind für den E-Modul des Elastomers ebenfalls nur Anhaltswerte bekannt. Im Rahmen des Modellabgleichs sind also folgende sieben Parameter variabel: $E_{\parallel}$, $E_{\perp}$, $G_{\parallel\perp}$, $G_{\perp\perp}$, $\nu_{\parallel\perp}$, k_y , $E_{x,sylomer}$

In den folgenden Unterkapiteln wird beschrieben, wie diese Parameter mit Hilfe von zwei unterschiedlichen Algorithmen bestimmt werden.

5.2.1 Grundlagen

Nach Bletzinger [2010] kann jedes mechanische Optimierungsproblem wie folgt definiert werden:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimiere} && f(\mathbf{x}); && \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \\
 &\text{so dass} && g_j(\mathbf{x}) \leq 0; && j = 1, \dots, p \\
 &&& h_j(\mathbf{x}) = 0; && j = 1, \dots, q \\
 &&& \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i; && i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Der Vektor $\mathbf{x}$ ist dabei der Vektor der Optimierungsvariablen. Hier sind das die zuvor beschriebenen sieben Parameter. Es gilt also $n = 7$. Die Funktion $f(\mathbf{x})$ ist die Zielfunktion, welche es zu minimieren gilt. Die Funktionen $g_j(\mathbf{x})$ und $h_j(\mathbf{x})$ sind die sog. Ungleichheits- bzw. Gleichheits-Nebenbedingungen. Die Variablenwerte $\underline{x}_i$ und $\bar{x}_i$ heißen obere bzw. untere Schranken für die Optimierungsvariablen. Durch diese Nebenbedingungen bzw. Schranken lässt sich der zulässige Wertebereich für die Optimierungsvariablen einschränken. In dieser Arbeit sind die Optimierungsvariablen nur dadurch beschränkt, dass sie in der Größenordnung der Werte aus der Literatur (z.B. Gülzow [2008]) liegen sollten. Das bedeutet, dass keine Nebenbedingungen benötigt werden. Es werden auch keine Schranken definiert, sondern die Optimierungsergebnisse kritisch hinterfragt. Sollten für die bestmögliche Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung offensichtlich unrealistische Werte für die Optimierungsvariablen erforderlich sein, so muss evtl. über die Art der Modellierung nachgedacht werden.

Die Zielfunktion ist eine Funktion mit einem skalaren Funktionswert. In dieser Arbeit soll sie die Abweichung zwischen Rechnung und Messung beschreiben. Da hierbei mehrere gemessene Moden mit ihren Eigenfrequenzen betrachtet werden, wird als Zielfunktion der quadratische Mittelwert (RMS-Wert) aller Abweichungen in Prozent genommen:

$$f(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{f_{a,i}(\mathbf{x}) - f_{m,i}}{f_{m,i}} \cdot 100 \right)^2}, \quad k = \text{Anzahl der gemessenen Moden} \tag{5.3}$$

Hierin hängen nur die berechneten Eigenfrequenzen $f_{a,i}$ von den Optimierungsvariablen $\mathbf{x}$ ab. Die gemessenen Eigenfrequenzen $f_{m,i}$ sind in jedem Optimierungsschritt gleich. Die Vorteile des RMS-Wertes sind, dass er bei der Mittelwertbildung das Vorzeichen der Abweichung durch das Quadrat eliminiert und dass er größere Abweichungen stärker gewichtet.

Für eine einfache programmiertechnische Umsetzung wird die Mittelwertbildung nach Gleichung (5.3) verwendet.

chung (5.3) zusammen mit den Schreib- und Lesebefehlen aus Kapitel 5.1 für die Steuerung von ANSYS® in der MATLAB®-Funktion „calc_rms.m“ (auf der beiliegenden CD vorhanden) zusammengefasst. Dieser Funktion wird der Vektor der Optimierungsvariablen $\mathbf{x}$ sowie die Anzahl der aktuell betrachteten Deckenelemente (1,2 oder 4) übergeben. In der Funktion werden dann mit Hilfe des ANSYS®-Modells die Eigenfrequenzen in Abhängigkeit der übergebenen Konfiguration der Optimierungsvariablen berechnet und mit dem MAC-Kriterium den entsprechenden gemessenen Eigenfrequenzen zugeordnet. Zum Schluss wird der RMS-Wert berechnet, welcher als Funktionswert zurückgegeben wird. Die Funktion „calc_rms.m“ stellt also die Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ dar.

Zusätzlich zu diesen absolut notwendigen Schritten werden in der Funktion noch weitere Schritte durchgeführt, welche die Arbeit erleichtern. So wird z.B. die aktuell installierte ANSYS®-Version ermittelt und die Batch-Datei (ansys_BSP.bat) entsprechend angepasst oder die ANSYS®-Ausgabedatei (output_BSP.out) vor der weiteren Verarbeitung auf Fehlermeldungen durchsucht, welche dann (falls vorhanden) an MATLAB® weitergegeben werden.

Es gibt eine Vielzahl an Algorithmen zur Lösung des in den Gleichungen (5.2) beschriebenen Problems. Sie lassen sich nach der Ordnung der verwendeten Ableitungen der Zielfunktion einteilen: Verfahren nullter Ordnung verwenden lediglich die Auswertung der Zielfunktion. Methoden erster Ordnung nutzen zusätzlich die Steigung (erste Ableitung) der Zielfunktion bezüglich der Optimierungsvariablen. Bei den Verfahren zweiter Ordnung kommt noch die Krümmung (zweite Ableitung) hinzu. Grundsätzlich ist die Ordnung eines Verfahrens auch ein Maß für seine Effizienz. Dennoch gibt es Einsatzgebiete in denen die Verfahren niedrigerer Ordnung ihre Stärken haben. [Firl 2010]

Die Verfahren nullter Ordnung haben ihre Stärken z. B. bei hochkomplexen Problemen, welche nicht in einer geschlossenen Form beschrieben werden können. Auch bei nicht-stetigen Funktionsverläufen der Zielfunktion oder falls nur diskrete Werte der Optimierungsvariablen zugelassen sind, finden sie Anwendung. Sie lassen sich in zwei Klassen einteilen: Die evolutionären und genetischen Algorithmen bilden ausgehend von einer Startkonfiguration der Optimierungsvariablen kleine Mutationen und schreiten nach dem aus der Evolutionstheorie bekannten Prinzip „survival of the fittest“ voran [Firl 2010]. Die stochastischen Algorithmen werten die Zielfunktion mit zufälligen Konfigurationen der Optimierungsvariablen aus und finden so eine dem Optimum nahe Konfiguration. Der einfachste stochastische Algorithmus ist die Rastersuche. Dabei wird die Zielfunktion in Abhängigkeit eines fest vorgegebenen Rasters in den Optimierungsvariablen ausgewertet. Die optimale Konfiguration ist die Konfiguration, welche den geringsten Wert der Zielfunktion zur Folge hat [Bletzinger 2010]. Der

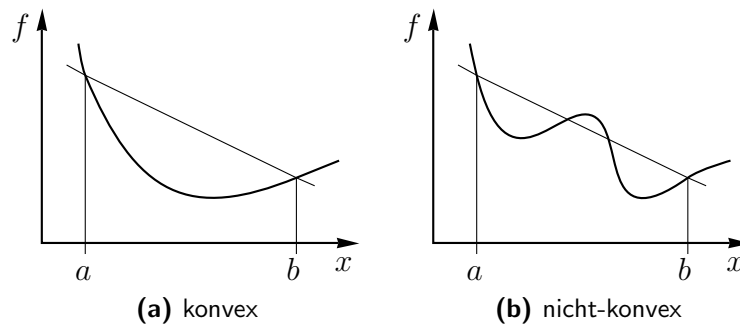


Abbildung 5.3: konvexe und nicht-konvexe Funktionen

Nachteil der Verfahren nullter Ordnung ist, dass sie meist im Verhältnis zur Ergebnisqualität einen hohen numerischen Aufwand erfordern. Der Vorteil der stochastischen Verfahren ist allerdings, dass man mit ihnen die Chance hat, auch in nicht-konvexen Funktionen (siehe Abb. 5.3) das globale Minimum zu finden.

Verfahren, welche zusätzlich die partiellen Ableitungen erster oder zweiter Ordnung der Zielfunktion nach den Optimierungsvariablen verwenden, finden das Minimum der Zielfunktion in der Regel schneller und mit einer größeren Genauigkeit. Die Ableitungen erster Ordnung werden dabei im Gradienten (∇f), die Ableitungen zweiter Ordnung in der Hessematrix (H_f) zusammengefasst. Der Nachteil dieser Verfahren ist allerdings, dass sie immer, ausgehend von der Startkonfiguration, zum nächstgelegenen Minimum führen. Bei nicht-konvexen Funktionen kann das Ergebnis also von der Startkonfiguration abhängen. [Firl 2010]

Da zunächst schwer abzuschätzen ist, ob die in dieser Arbeit verwendete Zielfunktion im relevanten Bereich der Optimierungsvariablen konvex ist, wird ein zweistufiges Vorgehen gewählt: Zunächst wird mit Hilfe von Literatur ein Bereich definiert, in welchem die zu bestimmenden Steifigkeitswerte liegen sollten. Dieser Bereich wird dann mit einer Rastersuche in einem relativ groben Raster abgesucht. Die Konfiguration, welche als optimale Konfiguration aus dieser Rastersuche hervorgeht, dient als Startkonfiguration für ein gradientenbasiertes Optimierungsverfahren erster Ordnung.

5.2.2 Rastersuche

Sowohl in Gülzow [2008] als auch in Lieblang [2000] finden sich Zusammenstellungen von in der Literatur angegebenen Steifigkeitswerten von Fichtenholz. Basierend auf diesen Werten wurde folgendes Raster für die Kennwerte des Holzes definiert:

Tabelle 5.1: Raster für die Steifigkeitswerte des Holzes

	unterster Wert	Inkrement	oberster Wert	
$E_{\parallel}$	9700	300	11200	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$
$E_{\perp}$	400	100	800	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$
$G_{\parallel\perp}$	400	50	600	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$
$G_{\perp\perp}$	40	10	80	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$
$\nu_{\parallel\perp}$	0,01	0,02	0,07	$[-]$

Der E-Modul des Elastomers ist abhängig von der Auflast und von der Schwingfrequenz. Die Auflast ist relativ gut bekannt und besteht im wesentlichen aus der in Kapitel 2.3 beschriebenen Vorspannung der Gewindestangen. Die Schwingfrequenz ändert sich allerdings prinzipbedingt von Mode zu Mode. Somit kann das Steifigkeitsverhalten des Elastomers mit einem konstanten E-Modul nicht richtig erfasst werden. Hier wird trotzdem ein konstanter E-Modul verwendet, da sich eine Variation des E-Moduls nur auf die niedrigen Eigenfrequenzen auswirkt. Die höheren Moden sind weniger stark von Randbedingungen abhängig. Die Optimierungsalgorithmen sollten also einen E-Modul, welcher für die niedrigen Frequenzen gilt, liefern. In Anlehnung an die Werkstoffkennwerte der Firma Getzner Werkstoffe GmbH und unter der Annahme, dass durch das Weglassen des oberen Elastomerstreifens in der Modellierung ein etwas erhöhter E-Modul benötigt wird, wird das Raster für diesen folgendermaßen gewählt:

Tabelle 5.2: Raster für den E-Modul des Elastomers

	unterster Wert	Inkrement	oberster Wert	
$E_{x,Sylomer}$	7	1,5	13	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$

Damit der numerische Aufwand nicht aus dem Rahmen fällt, wird bei der Rastersuche lediglich die Messung der einzelnen Deckenelemente berücksichtigt. Das numerische Modell eines einzigen Deckenelements hat die wenigsten Freiheitsgrade, wodurch die Ermittlung der Eigenfrequenzen dort am schnellsten erfolgt. Da für dieses Modell keine Deckenelemente gekoppelt werden müssen, wird die Federsteifigkeit k_y der Koppelfedern nicht benötigt.

Die Rastersuche wird mit dem MATLAB®-Programm „eingabe_rastersuche.m“, welches auf der beiliegenden CD gespeichert ist, durchgeführt. In dem Programm wird zunächst mit Hilfe von Listing 5.7 eine Matrix definiert, in welcher alle zu berechnenden Parameterkonfigurationen zeilenweise angeordnet sind. Verwendet man das Raster aus den Tabellen 5.1

Listing 5.7: Definition einer Matrix mit allen zu berechnenden Parameterkonfigurationen

```

1 nuexy_holz_var=0.01:0.02:0.07;
2 ex_holz_var=9700e6:300e6:11200e6;
3 ey_holz_var=400e6:100e6:800e6;
4 gxy_holz_var=400e6:50e6:600e6;
5 gyz_holz_var=40e6:10e6:80e6;
6 ex_sylo_var=7e6:1.5e6:13e6;
7
8 N_simulationen=length(nuexy_holz_var)*length(ex_holz_var)*length(ey_holz_var)*
   length(gxy_holz_var)*length(gyz_holz_var)*length(ex_sylo_var);
9 MATRIX=zeros(N_simulationen,6+13);
10
11 z=0;
12
13 for i=1:length(nuexy_holz_var)
14     for j=1:length(ex_holz_var)
15         for k=1:length(ey_holz_var)
16             for l=1:length(gxy_holz_var)
17                 for m=1:length(gyz_holz_var)
18                     for n=1:length(ex_sylo_var)
19                         z=z+1;
20                         MATRIX(z,1)=nuexy_holz_var(i);
21                         MATRIX(z,2)=ex_holz_var(j);
22                         MATRIX(z,3)=ey_holz_var(k);
23                         MATRIX(z,4)=gxy_holz_var(l);
24                         MATRIX(z,5)=gyz_holz_var(m);
25                         MATRIX(z,6)=ex_sylo_var(n);
26                     end
27                 end
28             end
29         end
30     end
31 end

```

und 5.2, so ergeben sich 15000 verschiedene Parameterkonfigurationen, d.h. die Matrix hat 15000 Zeilen.

Anschließend wird in einer Schleife über alle Zeilen der Matrix jede Parameterkonfiguration der Reihe nach an die Zielfunktion übergeben. Die Auswertung der Zielfunktion wird ebenfalls in die Matrix geschrieben und zwar jeweils in die Spalten hinter den Parametern. Es werden hier neben dem RMS-Wert der Abweichung von der Berechnung zur Messung auch alle berechneten Eigenfrequenzen gespeichert, damit die Möglichkeit besteht, die Abweichung jeder einzelnen Eigenfrequenz zu ermitteln.

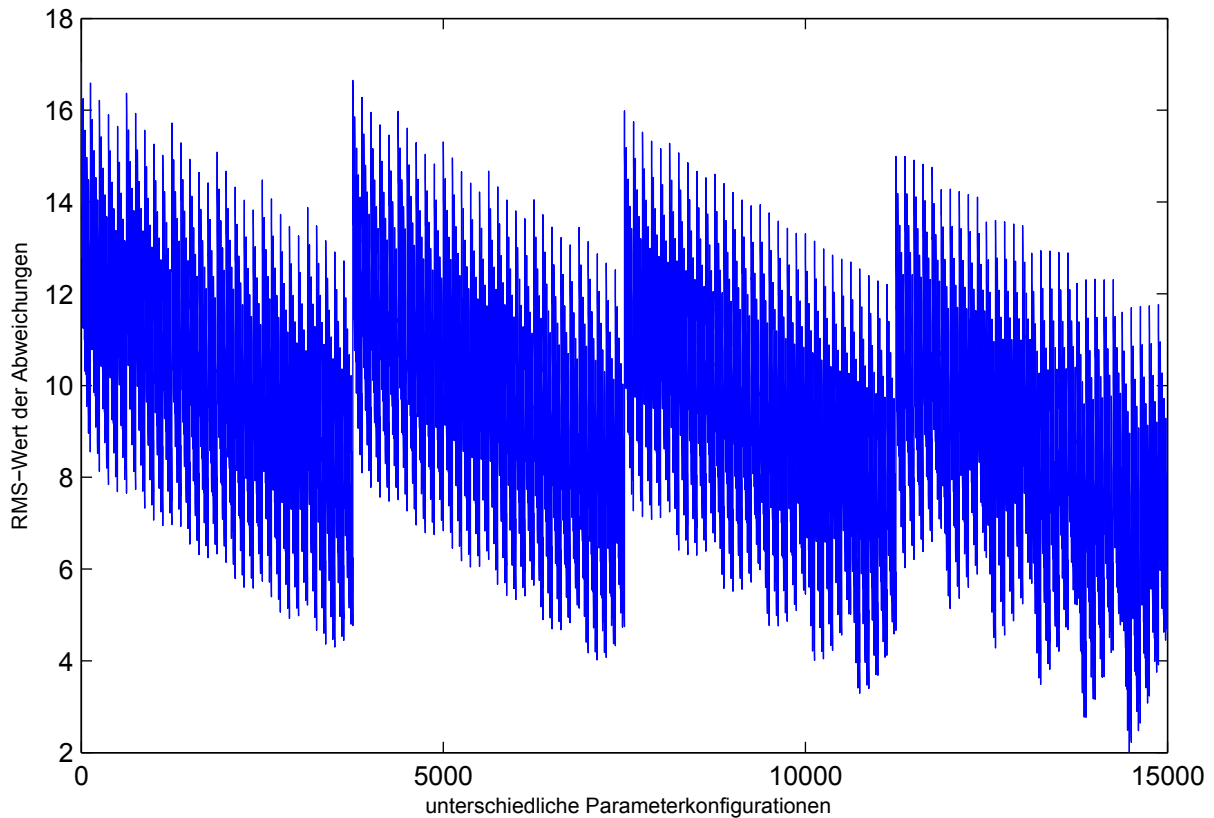


Abbildung 5.4: Plot aller berechneten Werte der Zielfunktion bei der Rastersuche

Eine Übersicht über die Werte der Zielfunktion zeigt Abbildung 5.4. Dargestellt ist der RMS-Wert über der Zeilennummer der jeweiligen Parameterkonfiguration. Man erkennt deutlich die vier Blöcke in denen ν_{xy} ($= \nu_{||\perp}$) jeweils konstant ist. In diesen Blöcken erkennt man wiederum die sechs Blöcke in denen E_x ($= E_{||}$) konstant ist. Die Blöcke mit konstantem E_y ($= E_{\perp}$) werden an den einzelnen Peaks sichtbar. Zwischen diesen Peaks liegen jeweils noch 100 Werte.

Vergrößert man den Graphen weit genug, so erkennt man, dass die Zielfunktion mit 2,01 % den niedrigsten Wert bei der Parameterkonfiguration in Zeile 14475 hat. Die optimale Parameterkonfiguration für die Simulation eines einzelnen Deckenelements lautet somit nach der Rastersuche:

Tabelle 5.3: optimale Parameterkonfiguration nach Rastersuche

$E_{ } \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$	$E_{\perp} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$	$G_{ \perp} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$	$G_{\perp\perp} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$	$\nu_{ \perp} [-]$	$E_{x, \text{Sylomer}} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
11200	400	550	80	0,07	13

5.2.3 Gradientenbasiertes Verfahren

Es wird die Methode des steilsten Abstiegs (engl. Steepest Descent Method) verwendet. Eine anschauliche Beschreibung dieses Algorithmus findet sich z.B. in Baier u. a. [1994]. Demnach liegt diesem Verfahren die Idee zugrunde, dass der Gradientenvektor $\nabla f(\mathbf{x})$ - der per Definition (siehe unten) in die Richtung des steilsten Funktionsanstiegs an der Stelle $\mathbf{x}$ zeigt - mit (-1) multipliziert die Richtung des steilsten Abstiegs der Zielfunktion angibt. Er lässt sich somit direkt als Suchrichtung verwenden. In Pseudocode geschrieben lautet der Algorithmus:

1. Startvektor $\mathbf{x}^{(k)}$ bestimmen, $k = 1$ (Schleifenindex)
Hier wird, wie bereits erwähnt, das Optimum aus der Rastersuche (Abschnitt 5.2.2) verwendet.
2. Berechnung des Gradientenvektors $\nabla f^{(k)}$, Suchrichtung $\mathbf{s}^{(k)} = -\nabla f^{(k)}$
3. Bestimmung der neuen Parameterkonfiguration mit der Schrittweite $\beta^{(k)}$
 $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \beta^{(k)} \cdot \mathbf{s}^{(k)}$
4. Konvergenzabfrage: $|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}| \leq \varepsilon$ oder: $0 \leq \|\nabla f^{(k)}\| \leq \varepsilon$
oder Abbruchkriterium: $k \geq k_{max}$

Wenn ja: Stop; optimale Konfiguration: $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^{(k+1)}$
Wenn nein: $k := k + 1$; gehe zu 2

Der Gradient einer Funktion ist definiert als der Vektor, welcher als Komponenten alle partiellen Ableitungen der Funktion nach ihren Variablen enthält:

$$\nabla f^{(k)} = \frac{\partial f(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial \mathbf{x}} \quad (5.4)$$

Die partiellen Ableitungen werden hier numerisch mit dem Differenzenquotienten abgeschätzt:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \approx \frac{f(\mathbf{x} + \Delta s \cdot \mathbf{e}_i) - f(\mathbf{x})}{\Delta s} \quad \text{mit: } \mathbf{e}_i(j) = \begin{cases} 1 & \text{falls } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.5)$$

Somit sind, falls die Zielfunktion n Optimierungsvariablen besitzt, in jedem Optimierungsschritt $n + 1$ Auswertungen der Zielfunktion notwendig. [Firl 2010]

In dieser Arbeit unterscheiden sich die Optimierungsvariablen um mehrere Größenordnungen. Besonders deutlich wird dies an der Querdehnnzahl $\nu_{\parallel\perp}$ (Größenordnung: 10^{-2}) und am E-Modul E_x (Größenordnung: 10^{11} , da er in $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ eingegeben werden muss). Damit der Gradient nach Gleichung (5.5) berechnet werden kann und ein „echtes“ Maß für die Sensitivität der Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ bezüglich der einzelnen Optimierungsvariablen darstellt, werden die Optimierungsvariablen vor der Berechnung des Gradienten skaliert.

Der Optimierungsalgorithmus ist auf der beiliegenden CD im MATLAB®-Programm „eingabe_optimierung.m“ implementiert. Das Kernstück dieses Programms zeigt Listing 5.8. Die Skalierung der Optimierungsvariablen geschieht dort, indem die Steifigkeitsparameter mittels zwei Vektoren definiert werden: Die Vektoren **PARA** und **start_PARA**. Um die Werte der Steifigkeitsparameter zu erhalten müssen beide Vektoren komponentenweise miteinander multipliziert werden. Der Vektor **PARA** ist der Vektor mit den eigentlichen Optimierungsvariablen. Diese werden zu Beginn eines Optimierungslaufes alle auf den Wert 10 gesetzt. Der Vektor **start_PARA** enthält die - durch 10 dividierten - Startwerte der Materialparameter. Er bleibt während des Optimierungslaufes konstant und wird zusammen mit dem Vektor der Optimierungsvariablen und der Anzahl an gekoppelten Deckenelementen (**n_platten**) an die Zielfunktion „calc_rms.m“ übergeben. In dieser Funktion werden beide Vektoren komponentenweise miteinander multipliziert, bevor sie an ANSYS® weitergegeben werden.

Listing 5.8: Die Methode des steilsten Abstiegs

```

1  obj_fcn = calc_rms(PARA,start_PARA,n_platten);
2  iter=1;                                iter ≐ k
3
4  %Optimierungsschleife
5  for iter = 1 : Max_Iter                 Max_Iter ≐ k_max
6      PARA_alt=PARA;
7      obj_fcn_alt=obj_fcn;
8
9      %Berechnung des Gradienten
10     j=1;
11     grad=zeros(num_para,1);
12     for j=1:num_para
13         PARA=PARA_alt;
14         PARA(j)=PARA(j)+alpha;          alpha ≐ Δs
15         obj_fcn=calc_rms(PARA,start_PARA,n_platten);
16         grad(j)=(obj_fcn-obj_fcn_alt)/alpha;
17     end

```

```

18  norm_grad=norm(grad,2);
19
20  %Berechnung der neuen Parameterkonfiguration
21  step=-betha.*grad;          betha  $\hat{=}$   $\beta$ 
22
23  PARA=PARA_alt+step;
24
25  obj_fcn=calc_rms(PARA,start_PARA,n_platten);
26
27
28  %Überprüfung der Konvergenz
29  if (norm_grad<Accuracy)      Accuracy  $\hat{=}$   $\varepsilon$ 
30      fprintf('Iteration erfolgreich! \n');
31      break
32  end
33
34  %Anpassung der Schrittweite falls zu groß
35  if obj_fcn>=obj_fcn_alt
36      betha=0.5*betha;
37  end
38
39  end %Ende der Optimierungsschleife
40
41  if(iter==Max_Iter)
42      fprintf('Maximale Anzahl an Optimierungsschleifen durchlaufen!! \n');
43  end
44
45  PARAFin=start_PARA.*PARA;

```

Damit der Algorithmus konvergieren kann, wird die Schrittweite $\beta^{(k)}$ halbiert, sobald der Algorithmus über das Ziel „hinausschießt“, d.h. der Wert der Zielfunktion nach einem Schritt größer ist als davor.

5.2.4 Ergebnisse

Der Optimierungsalgorithmus wird zunächst getrennt für die Messergebnisse aus Kapitel 4.2 durchgeführt, d.h. es erfolgt ein Durchlauf für die Mittelwerte der Eigenfrequenzen der einzelnen Deckenelemente und jeweils ein Durchlauf für die Eigenfrequenzen von zwei bzw.

vier gekoppelten Elementen. Die Startwerte der Optimierungsvariablen sind jedes mal die optimalen Werte nach der Rastersuche aus Kapitel 5.2.2.

Während der Optimierung werden nicht alle in Kapitel 4.2 aufgelisteten Eigenfrequenzen bei der Berechnung des quadratischen Mittels (RMS-Wert) der Abweichung berücksichtigt. Zum einen ist für das Forschungsprojekt, für welches das Modell verwendet wird, vor allem eine gute Kalibrierung des Modells im Frequenzbereich bis 100 Hz wichtig. Zum anderen gab es bei der Auswertung der Messergebnisse einige Moden, zu welchen die Eigenfrequenz nicht mit letzter Sicherheit zugeordnet werden konnten. Bei der Messung an zwei gekoppelten Elementen war dies für die Moden „14“, „41“ und „42“, für die Messung, bei der alle vier Elemente gekoppelt waren, für die Moden „17“, „28“ und „37“ der Fall. Bei den Messergebnissen für die vier gekoppelten Deckenelemente tritt zudem die Besonderheit auf, dass die Frequenz der Mode „11“ über der Frequenz der Mode „12“ liegt. Eine Erklärung hierfür könnte das ungleich verteilte Masse-Steifigkeits-Verhältnis in der Decke sein. Da das numerische Modell solche Streuungen nicht berücksichtigt, wird in diesem die Frequenz der Mode „11“ immer unter der Frequenz von Mode „12“ liegen. Die Messergebnisse können also im Optimierungsprozess nie erreicht werden. Deshalb werden auch diese beiden Moden nicht berücksichtigt.

Tabelle 5.4 zeigt die jeweiligen Parameterkonfigurationen nach 500 Iterationen. Die geringste durchschnittliche Abweichung vor dem Optimierungslauf liegt bei den Messergebnissen von den Messungen der einzelnen Deckenelemente vor. Das liegt daran, dass bei der Rastersuche nur diese Ergebnisse berücksichtigt wurden.

Tabelle 5.4: Optimierungsergebnisse bei separater Betrachtung der Messungen

Parameter	Startwert	Anzahl an Deckenelementen		
		1	2	4
$E_{\parallel}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	11200	11893	12600	7271
$E_{\perp}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	400	373	140	62,5
$G_{\parallel\perp}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	550	523	445	425
$G_{\perp\perp}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	80	94,2	49,3	72,4
$E_{x,Syl}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	13	10,5	10,8	13,2
$k_{y,lin}$ [N]	10	10	11,8	10,2
$\nu_{\parallel\perp}$ [–]	0,07	0,065	0,048	0,065
RMS-Wert mit Startkonfiguration		2,00 %	6,87 %	9,61 %
RMS-Wert nach Optimierung		0,90 %	3,58 %	1,88 %

Der Parameter $k_{y,lin}$, der die Linien-Federsteifigkeit der Koppelfedern zwischen den einzelnen Deckenelementen beschreibt, bleibt bei der Optimierung mit nur einem Deckenelement kon-

stant, da dabei keine Koppelfedern vorkommen. Bei den anderen Optimierungsläufen ändert er sich nur geringfügig. Dies könnte bedeuten, dass die erste Schätzung für $k_{y,lin}$ relativ gut ist. Eine andere Erklärung wäre allerdings, dass dieser Parameter nur auf wenige Frequenzen einen wirklichen Einfluss hat (siehe Kapitel 3.3). Bei der Mittlung der Abweichung über alle Frequenzen fällt demnach eine Variation von $k_{y,lin}$ weniger stark auf, so dass die entsprechende Komponente des Gradienten stets relativ klein ist und man somit mehr Iterationen braucht bis dieser Parameter optimiert ist.

Die wichtigste Beobachtung in Tabelle 5.4 ist allerdings, dass einige Parameter während der einzelnen Optimierungen in unterschiedliche Richtungen laufen. Während z.B. der Wert für $E_{||}$ bei den Optimierungen mit einem bzw. mit zwei Deckenelementen steigt, so fällt er bei der Optimierung mit allen vier gekoppelten Deckenelementen stark ab. Dadurch wird ein wichtiger Grundsatz deutlich, welcher bei der Parameteridentifikation durch Kalibrierung an Messungen gilt: Das numerische Modell muss die physikalische Wirklichkeit prinzipiell richtig wieder geben. Mit einem parameterangepassten aber sonst ungeeigneten Modell ist es durchaus möglich die Messergebnisse gut zu reproduzieren, die gefundenen Parameter entsprechen dann allerdings nicht der Realität [Baier u. a. 1994]. Gerade die Optimierung mit den 4 Deckenelementen zeigt dies. Dort konnte die Rechnung mit einem RMS-Wert der Abweichung von 1,88 % sehr gut an die Messung angeglichen werden. Vor allem aber der Parameter $E_{||}$ liegt außerhalb des sinnvollen Bereichs.

Das Problem ist, dass das Modell die natürliche Streuung der Materialeigenschaften des Holzes nicht berücksichtigt. Eine Optimierung auf einzelne Messungen wird somit jedes Mal zu anderen (falschen) Parametern führen. Dieses Problem kann umgangen werden, wenn auf mehrere Messungen gleichzeitig optimiert wird. Somit werden Parameter gefunden, welche für alle Messungen möglichst optimal sind und es wird die natürliche Streuung gemittelt. Die so gefundenen Parameter sollten also ihren tatsächlichen Mittelwerten entsprechen. Ein Modell mit diesen Parametern wird allerdings die einzelnen Messungen weniger genau wiedergeben als ein Modell, welches allein auf die jeweilige Messung optimiert ist.

Um auf alle drei Messungen gleichzeitig optimieren zu können, wird das MATLAB®-Programm etwas umgebaut. Das neue Programm ist auf der beiliegenden CD unter dem Namen „eingeabe_optimierung_1.2.4_platten.m“ gespeichert. Dabei wird die Zielfunktion so angepasst, dass der Reihe nach der RMS-Wert der Abweichung für jede Messung berechnet wird und

aus diesen drei Werten schließlich ein Gesamt-RMS-Wert nach Gleichung (5.6).

$$RMS_{ges} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 RMS_i^2 \cdot k_i}{\sum_{i=1}^3 k_i}} \quad k_i = \text{Anzahl der in } RMS_i \text{ berücksichtigten Werte} \quad (5.6)$$

Tabelle 5.5 zeigt das Optimierungsergebnis nach 400 Iterationen. Alle Parameter liegen in dem aus der Literatur bekanntem Bereich (siehe Kapitel 5.2.2). Die einzige Ausnahme stellt $E_{\perp}$ dar, welcher wesentlich niedriger ist. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Stoßfugen der Bretter in den einzelnen Lagen (wie in Kapitel 2.2 beschrieben) nicht verleimt sind und teilweise nicht einmal Kontakt haben.

Tabelle 5.5: Optimierungsergebnis nach Einbeziehung aller Messungen

Parameter	Startwert	Ergebnis
$E_{\parallel}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	11200	10981
$E_{\perp}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	400	137
$G_{\parallel\perp}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	550	459
$G_{\perp\perp}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	80	74,2
$E_{x,Syl}$ $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$	13	11,3
$k_{y,lin}$ [N]	10	10,1
$\nu_{\parallel\perp}$ [—]	0,07	0,052
RMS-Wert mit Startkonfiguration		7,32%
RMS-Wert nach Optimierung		5,01%

In Abbildung 5.5 sind die Verläufe der Zielfunktionen für die Optimierung auf die Messung der einzelnen Deckenelemente sowie für die Optimierung auf alle Messungen dargestellt. Man erkennt deutlich einen Unterschied in der Verbesserungsgeschwindigkeit.

Wie zu erwarten war, gelingt bei der Berücksichtigung aller Messungen die Anpassung des Modells an die Ergebnisse nicht mehr so genau, wie bei einer Optimierung auf die einzelnen Messungen. Die mittlere Abweichung über alle berücksichtigten Messergebnisse beträgt 5,01%. Diese Abweichung verteilt sich relativ gleichmäßig auf die einzelnen Messungen. Die mittlere Abweichung beträgt bei der Messung der einzelnen Platten 5,55 %, bei der Messung von zwei Platten 4,28 % und bei der Messung aller vier Platten 5,72 %. Tabelle 5.6 zeigt für jede gemessene Frequenz die zugehörige, mit den optimierten Parametern aus Tabelle 5.5 berechnete Frequenz und die prozentuale Abweichung. Die größte Abweichung mit knapp 13 % liegt bei der Mode 16 bei der Messung an allen 4 Deckenelementen vor.

Tabelle 5.6: Vergleich der gemessenen (f_m) und der (mit den optimierten Parametern) berechneten (f_a) Eigenfrequenzen für Leno[®] 105

Mode	Anzahl an Deckenelementen								
	1			2			4		
	f_m [Hz]	f_a [Hz]	Abw. [%]	f_m [Hz]	f_a [Hz]	Abw. [%]	f_m [Hz]	f_a [Hz]	Abw. [%]
11	8,2	8,34	1,97	8,7	8,35	-4,00	9,1	8,37	-8,05
12	15,9	15,04	-5,63	10,6	10,51	-0,89	8,5	8,92	4,90
13	106,8	94,85	-11,15	17,1	16,76	-1,98	10,6	10,94	3,23
14				64,3	66,42	3,30	14,2	14,31	0,80
15				102,0	91,87	-9,93	17,4	17,26	-0,82
16							45,1	50,96	12,99
17							60,5	65,35	8,01
21	30,5	30,03	-1,66	30,7	30,09	-1,98			
22	39,5	38,40	-2,66	33,1	32,77	-1,00	30,5	31,01	1,66
23	117,8	106,94	-9,18	40,0	40,42	1,05	32,8	33,32	1,58
24				74,4	79,78	7,23	36,5	37,17	1,84
25							39,9	40,92	2,56
26							57,8	65,13	12,69
27									
28							92,3	97,07	5,17
29							122,0	123,23	1,01
31	63,7	63,07	-0,98	64,3	63,20	-1,71			
32	72,2	70,65	-2,12	66,7	65,27	-2,15	63,5	63,77	0,42
33	138,5	128,27	-7,38	72,5	72,62	0,17	65,4	65,91	0,77
34				97,8	103,04	5,36			
35							72,2	73,26	1,47
36							84,4	91,02	7,84
37							97,1	104,96	8,10
41	105,3	101,85	-3,31	109,0	102,01	-6,41			
42	113,1	108,83	-3,80	109,0	103,87	-4,71			
43				113,0	110,55	-2,17	104,0	104,31	0,30
44									
45									
46									
47							131,0	136,80	4,43

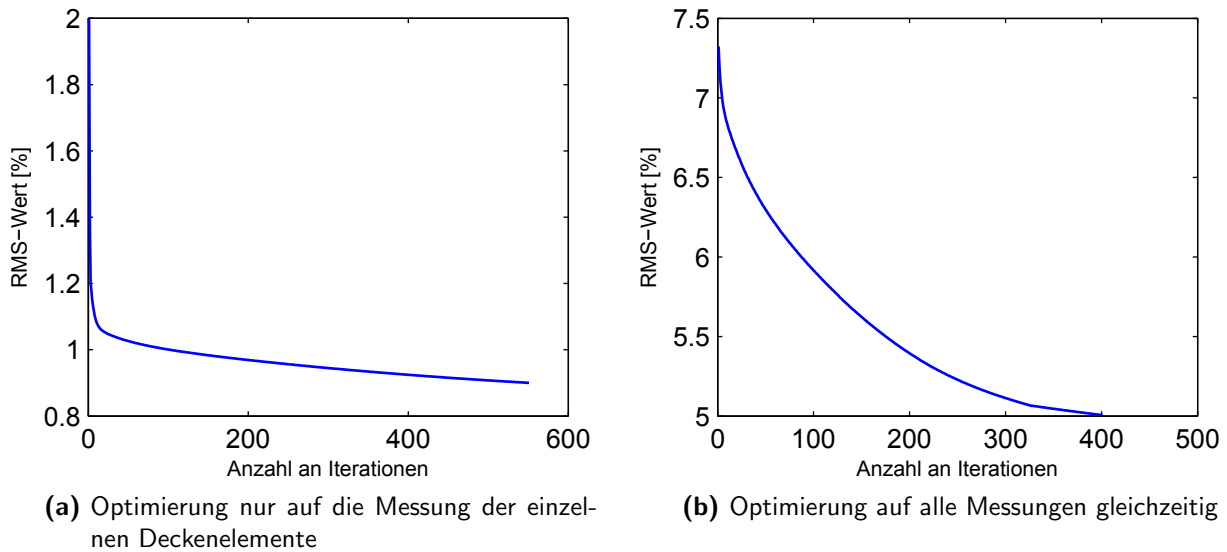


Abbildung 5.5: Verläufe der Zielfunktion während der Optimierung

5.3 Abschließender Vergleich mit weiteren Messergebnissen

Um die Qualität des Rechenmodells mit den optimierten Steifigkeitsparametern zu prüfen, werden in diesem Kapitel zunächst Frequenzgänge für eine Decke mit dem bei der Optimierung verwendeten Querschnitt numerisch ermittelt (harmonische Analyse). Die Ergebnisse werden mit gemessenen Frequenzgängen verglichen. Zudem wird in das parametrische Modell ein dickerer Querschnitt für die Brettsperrholzplatten eingegeben und die Ergebnisse einer Modalanalyse und einer harmonischen Analyse (bei gleichen Steifigkeitsparametern) mit Messergebnissen für diesen dickeren Querschnitt verglichen.

5.3.1 Harmonische Analyse

Es werden die berechneten und gemessenen Frequenzgänge für die Decke aus vier gekoppelten Elementen mit dem Querschnitt Leno[®] 105 verglichen. Die harmonische Analyse wird mit der ANSYS[®]-Eingabedatei „Harmonische_Analyse.mac“, welche ebenfalls auf der beiliegenden CD gespeichert ist, durchgeführt. In den Abbildungen 5.6 und 5.7 sind die Amplituden der an sich (durch die Berücksichtigung von Dämpfung) komplexen Frequenzgänge dargestellt. Dabei repräsentiert jede Linie einen Frequenzgang für einen Messpunkt. Es wurde in einem Raster mit 12 x 12 Beschleunigungsaufnehmern gemessen. In den Abbildungen 5.6 und 5.7

werden die Beschleunigungsaufnehmer entlang der Auflagerlinien weggelassen, so dass dort jeweils 120 Frequenzgänge übereinander liegen. Sowohl bei der Messung als auch bei der Berechnung ist der Punkt der Anregung auf dem ersten Deckenelement nahe an der Fuge zum zweiten gelegen. Der Abstand zur Linienlagerung beträgt $\frac{1}{6}$ der Spannweite. Es wird für das numerische Modell eine Rayleigh-Dämpfung, welche annimmt, dass die Verteilung der Masse und der Steifigkeit ein Maß für die Verteilung der Dämpfung ist, verwendet [Stelzmann u. a. 2006]. Die Dämpfungsmatrix ergibt sich zu:

$$\mathbf{C}_R = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{K} \quad (5.7)$$

Die Rayleigh-Koeffizienten $\alpha = 1$ und $\beta = 5 \cdot 10^{-5}$ werden so gewählt, dass der Anstieg der gemessenen Dämpfungswerte (Kapitel 4) mit der Frequenz möglichst genau wiedergegeben werden kann. Dadurch ergibt sich allerdings für die niedrigsten Moden eine etwas zu hohe Dämpfung.

Bei einem Vergleich der Diagramme für die gemessenen und berechneten Frequenzgänge fällt Folgendes auf: Die Orte der ersten 5er-Gruppe von Spitzenwerten stimmen gut überein. (Dies geht auch schon aus der Modalanalyse hervor.) Wie bei der Modalanalyse kann auch hier die Berechnung nicht wiedergeben, dass die Mode „11“ über der Mode „12“ liegt. Sowohl bei der Messung als auch bei der Berechnung sind die Peaks dieser beiden Moden fast verschmolzen. In der nächsten 5er-Gruppe erkennt man, dass die Mode „21“ nicht gemessen wurde. (Bei den gemessenen Frequenzgängen ist dort nur eine 4er-Gruppe.) Der folgende Spitzenwert (bei ca. 50 Hz in der Berechnung) gehört zu Mode „16“. Bereits die Modalanalyse hat gezeigt, dass die Frequenz dieser Mode im Rechenmodell nicht mit der Messung übereinstimmt. Im höheren Frequenzbereich ist die berechnete Modendichte höher als die gemessene. Vergleiche einzelner Spitzenwerte sind somit schwer.

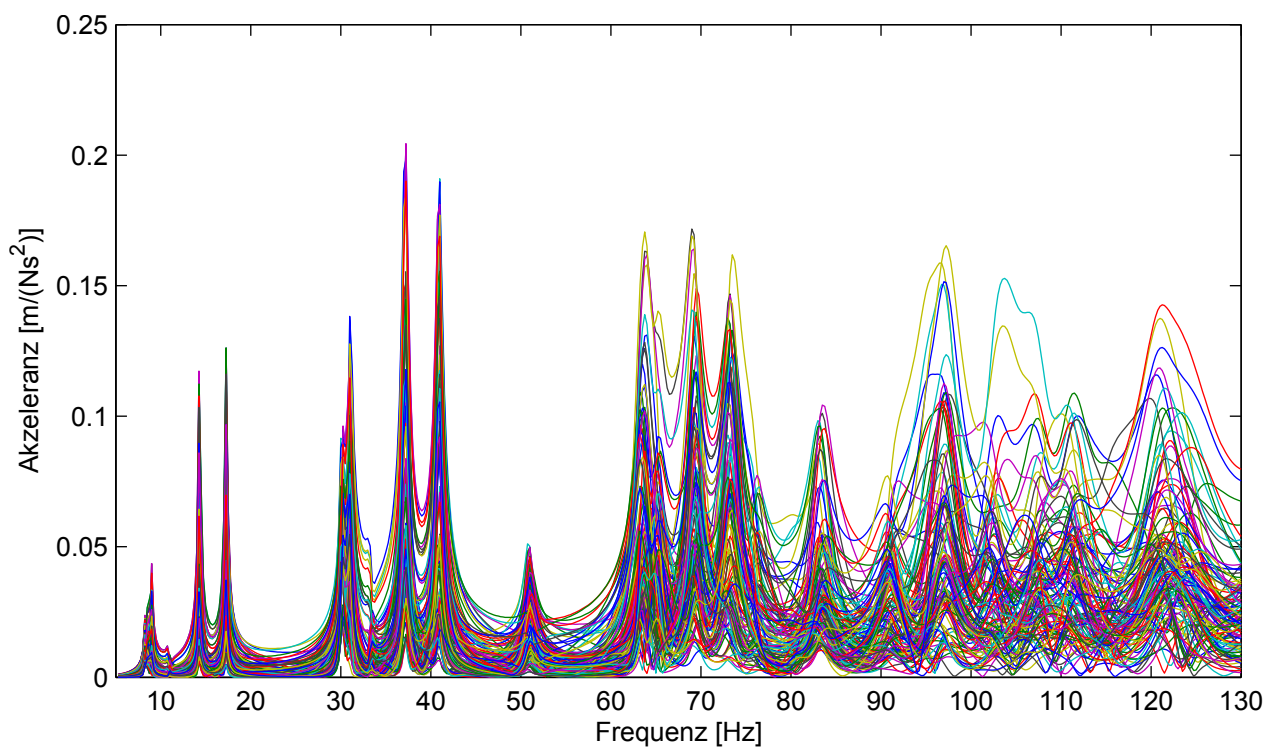


Abbildung 5.6: berechnete Frequenzgänge (4 gekoppelte Elemente, Dicke: 105 mm)

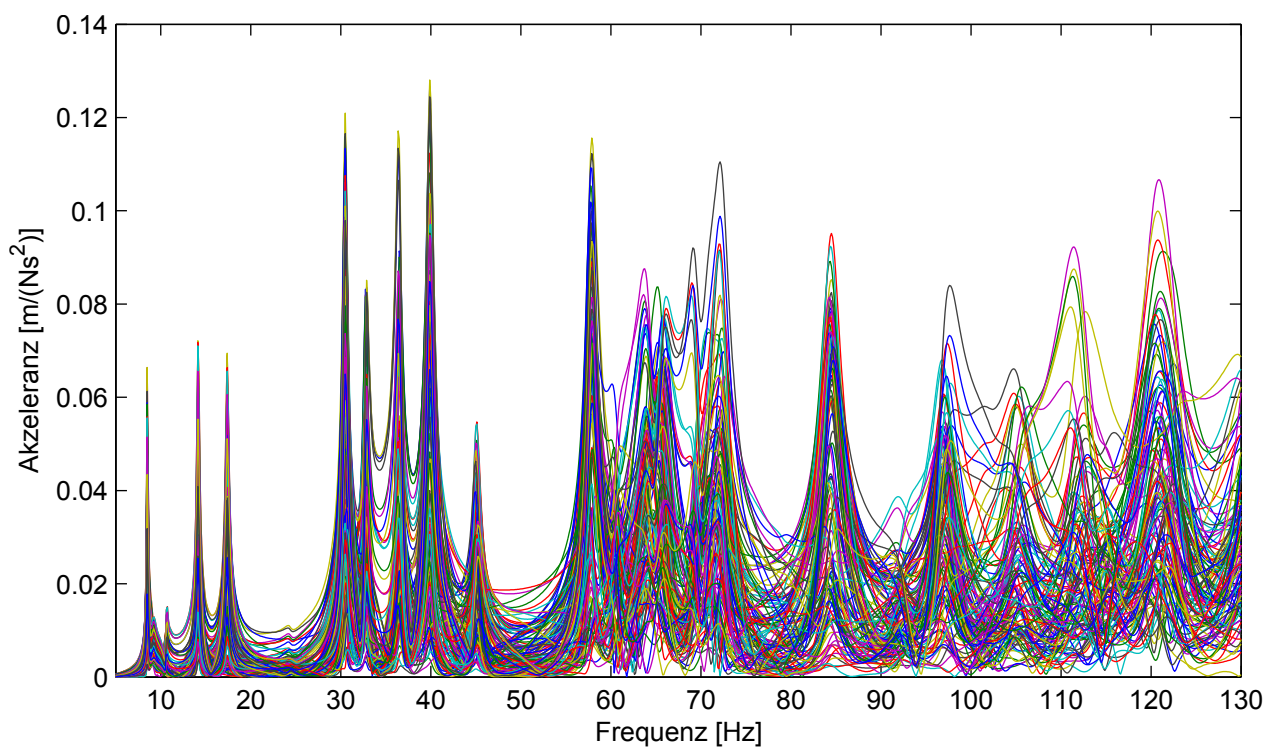


Abbildung 5.7: gemessene Frequenzgänge (4 gekoppelte Elemente, Dicke: 105 mm)

5.3.2 Vergleich mit anderen Deckenelementen

Im Laufe des Forschungsprojektes wurden im Labor für Schallmesstechnik der Hochschule Rosenheim zusätzlich zu den in Kapitel 4 aufgeführten Messungen noch weitere Schwingungsmessungen an Deckenelementen mit einem dickeren Brettsperrholzquerschnitt durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Messungen werden hier verwendet, um beispielhaft zu zeigen, dass die Materialparameter, welche mit Hilfe der Messungen an den dünneren Platten gewonnen wurden, auch für andere Plattenquerschnitte zu verwenden sind. Die dickeren Deckenelemente stammen vom gleichen Hersteller wie die dünneren. Das verwendete Rohmaterial und der Herstellungsprozess sind also identisch. Lediglich der Lagenaufbau unterscheidet sich. Die dickeren Elemente sind insgesamt 162 mm hoch und bestehen aus sechs Brettschichten mit je 27 mm Dicke. Dabei sind die Decklagen und die beiden mittleren Lagen mit ihren Holzfasern parallel zur Deckenspannrichtung ausgerichtet. Länge und Breite der Elemente sind gleich wie bei den dünneren Elementen. Es werden vier Brettsperrholzplatten mit den Maßen 5,5 m x 1,37 m nebeneinander in den Prüfstand eingebaut. Auch die Lagerung und die Kopplung der einzelnen Deckenelemente erfolgt wie bei den dünneren. Es wurden zwei Messungen durchgeführt: Zunächst wurden alle Elemente einzeln gemessen und die ermittelten Eigenfrequenzen der einzelnen Moden gemittelt. Dann wurden alle Elemente gekoppelt und eine Messung an allen vier Elementen durchgeführt.

Modalanalyse

Die Modalanalyse wird mit dem parametrischen Finite Elemente Modell durchgeführt, welches auch für die dünneren Deckenelemente verwendet wurde. Lediglich der Plattenquerschnitt wird angepasst. Für die Materialparameter werden die optimierten Parameter aus Tabelle 5.5 verwendet. Für die Dichte wird ebenfalls der gleiche Wert von $470 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ eingesetzt. Tabelle 5.7 zeigt die Ergebnisse der numerischen Modalanalyse direkt im Vergleich zu den gemessenen Werten. Interessanterweise stimmen für die dickeren Platten die Messungen und die Berechnungen sogar besser überein als für die dünneren Platten. Für die Messungen an den einzelnen Deckenelementen beträgt die mittlere Abweichung 3,16 %, für die Messung an allen vier Deckenelementen beträgt sie 3,83 %.

Tabelle 5.7: Vergleich der gemessenen (f_m) und der (mit den optimierten Parametern) berechneten (f_a) Eigenfrequenzen für Leno[®] 162

Mode	Anzahl an Deckenelementen					
	1			4		
	f_m [Hz]	f_a [Hz]	Abw. [%]	f_m [Hz]	f_a [Hz]	Abw. [%]
11	11,1	11,44	3,23	11,6	11,45	-1,28
12	21,5	20,84	-3,08	11,8	12,25	3,85
13				14,7	15,09	2,63
14				19,3	19,53	1,20
15				23,4	22,93	-2,03
16				82,8	87,22	5,34
17				107,0	115,34	7,79
21	40,0	38,55	-3,58	39,7	38,59	-2,80
22	51,8	50,11	-3,22	41,5	40,69	-1,96
23				43,5	43,74	0,56
24				48,7	48,75	0,10
25				53,3	53,24	-0,11
26				93,6	99,22	6,00
31	78,5	77,97	-0,65			
32	90,5	87,39	-3,47	79,0	78,68	-0,40
33				87,5	81,06	-7,36
41	120,5	118,10	-1,99			
42	133,5	127,49	-4,50			

Harmonische Analyse

Bei der harmonischen Analyse wird analog zu Abschnitt 5.3.1 vorgegangen. Es wird ebenfalls der Versuch mit den vier gekoppelten Deckenelementen untersucht. Auch die Dämpfungskonstanten der Rayleigh-Dämpfung werden gleich angenommen. Lediglich der Querschnitt unterscheidet sich.

Der Vergleich der berechneten Frequenzgänge in Abbildung 5.8 mit den gemessenen in Abbildung 5.9 zeigt, dass sowohl die Frequenzen der Spitzenwerte als auch die gesamte Form der Frequenzgänge im Bereich bis 80 Hz gut übereinstimmen. Auf die Eigenfrequenzen über 80 Hz ist das Modell - wie schon die Modalanalyse (Tabelle 5.7) gezeigt hat - weniger gut abgestimmt.

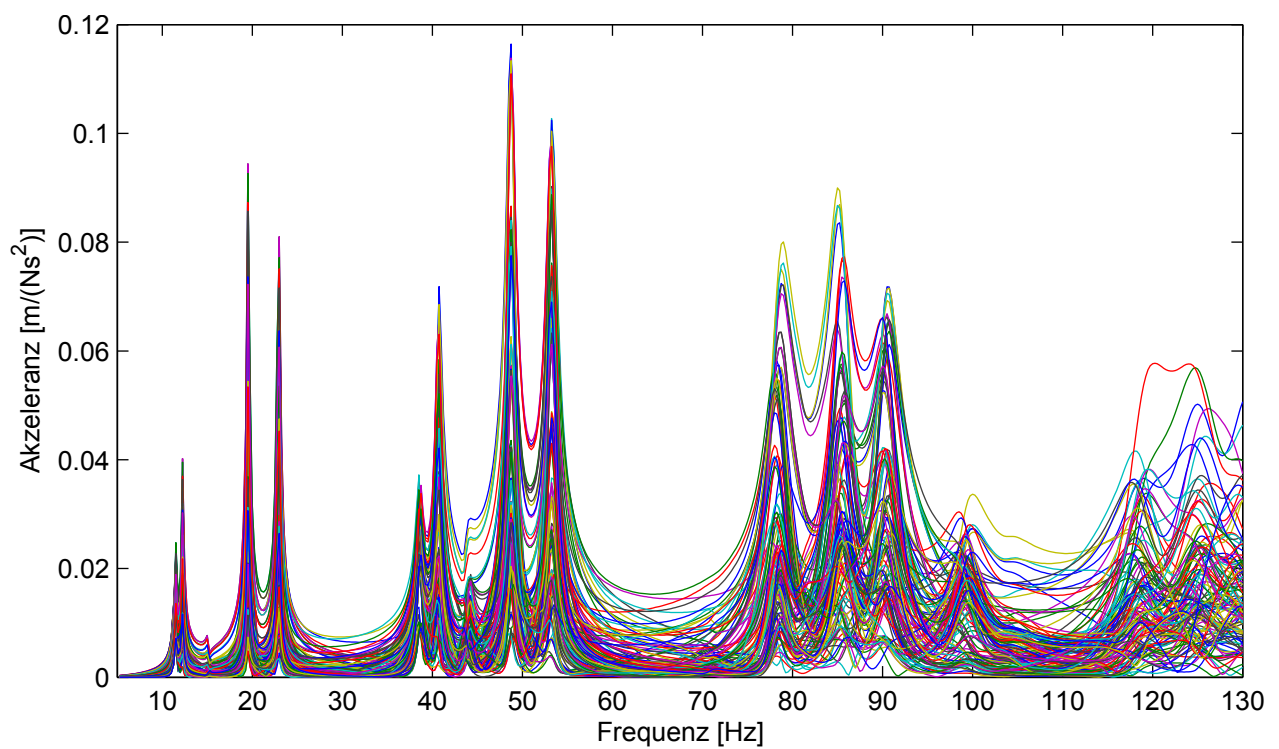


Abbildung 5.8: berechnete Frequenzgänge (4 gekoppelte Elemente, Dicke: 162 mm)

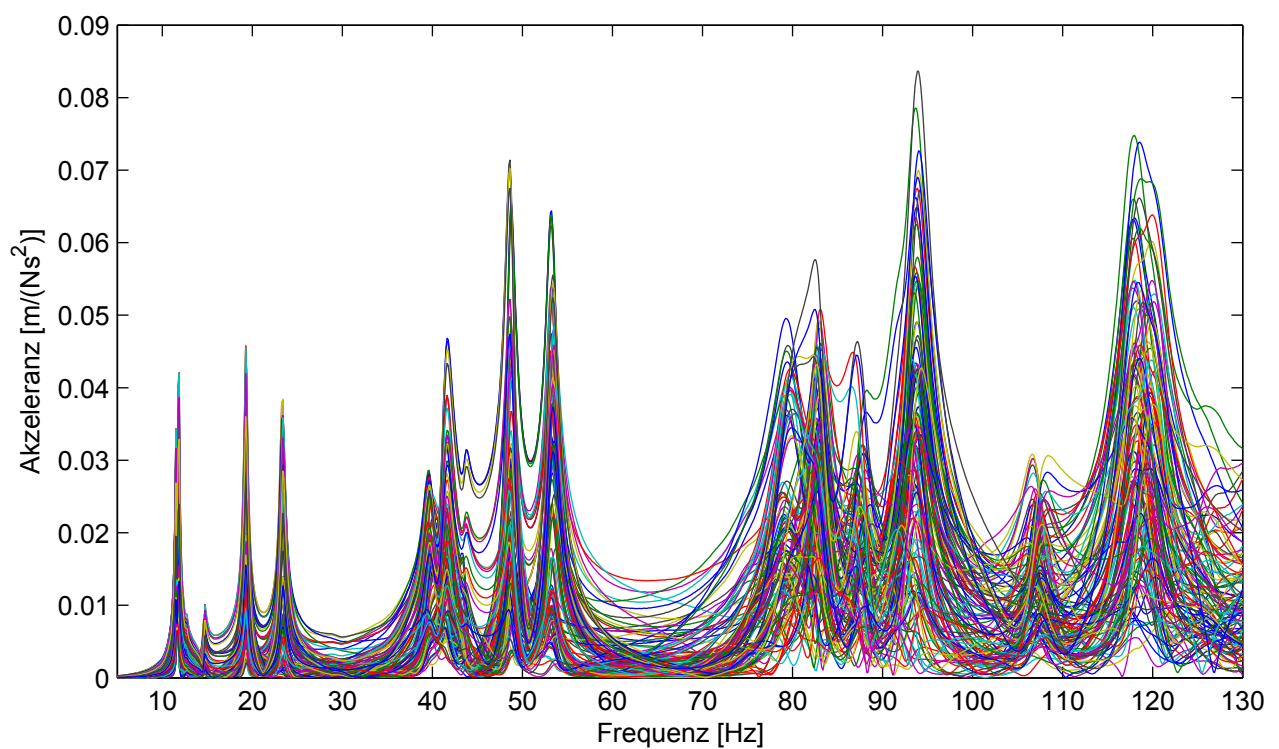


Abbildung 5.9: gemessene Frequenzgänge (4 gekoppelte Elemente, Dicke: 162 mm)

6 Zusammenfassung

Mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus ist es möglich, ein Rechenmodell hinsichtlich der Materialparameter auf Messergebnisse abzustimmen. Als Zielfunktion, welche von dem Algorithmus durch Variation der Materialparameter minimiert wird, dient die Abweichung der Ergebnisse des Rechenmodells von den Messergebnissen. Dabei finden die meisten Algorithmen, ausgehend von der Startkonfiguration, das nächstgelegene Minimum. Dass dieses Minimum auch ein globales Minimum ist, lässt sich nicht mit Sicherheit sagen. Hier wurde deshalb vor dem gradientenbasierten Algorithmus eine Rastersuche angewendet, mit welcher das globale Minimum in etwa geortet werden konnte. Grundvoraussetzung für eine korrekte Ermittlung der Parameter ist, dass das Rechenmodell den Versuchsaufbau prinzipiell physikalisch richtig abbildet. Sollte dies nicht der Fall sein, so kann es zwar sein, dass die Messergebnisse nach der Optimierung gut von dem Rechenmodell wiedergegeben werden können. Die so gewonnenen Parameter sind allerdings in keinem Fall verallgemeinerbar. So wurde hier, z.B. durch die spezielle Auflagerkonstruktion und der damit verbundenen Vermeidung von nichtlinearen Effekten, bereits bei dem Aufbau der Versuche im Prüfstand darauf geachtet, dass diese in einem Rechenmodell gut abbildbar sind. Der Unterschied zwischen der Realität und dem Modell lag hier in der Verteilung der Materialparameter. Während im Modell davon ausgegangen wurde, dass sie homogen sind, gibt es in der Realität in den Brettsperrholzplatten große Masse- und Steifigkeitsschwankungen. Durch die gleichzeitige Berücksichtigung von mehreren Messungen im Optimierungsalgorithmus konnten dennoch allgemeingültige Parameter bestimmt werden. Die Übertragbarkeit der Parameter auf andere Brettsperrholzabmessungen wurde beispielhaft mit der Nachrechnung von zwei Messungen, welche nicht im Optimierungsalgorithmus berücksichtigt wurden, gezeigt.

Es liegt nun somit ein numerisches Modell vor, mit welchem eine Vorhersage für das Schwingungsverhalten von Brettsperrholzdecken getroffen werden kann. Dabei muss allerdings berücksichtigt werden, dass der Herstellungsprozess und das verwendete Rohmaterial der Decken ähnlich zu denen der hier verwendeten Decke sind. Für das Forschungsprojekt, in dessen Rahmen diese Masterarbeit erstellt wurde, kann nun z.B. eine Parameterstudie mit unter-

schiedlichen Spannweiten, Deckenbreiten und Brettsperrholzquerschnitten durchgeführt werden.

A Anhang

A.1 Verwendete Software

A.1.1 ANSYS®

ANSYS® ist ein kommerzielles FEM-Programm der Firma ANSYS Inc. und dient zur Lösung von linearen und nichtlinearen Problemen aus der Strukturmechanik und -dynamik, Fluidmechanik, Akustik, Thermodynamik, Piezoelektrizität, des Elektromagnetismus sowie von kombinierten Aufgabenstellungen (Multiphysik). [Wikipedia 2012] Es gibt zwei Versionen: ANSYS „Classic“ und ANSYS „Workbench“. Letztere zeichnet sich durch eine moderne grafische Benutzeroberfläche aus. In dieser Arbeit wird ANSYS „Classic“ (in der Version 14.0) verwendet. Dabei erfolgt die Steuerung komplett automatisiert über Programme, welche in der Skriptsprache APDL (Ansys Parametric Design Language) geschrieben werden.

Internet: <http://www.ansys.com/>

In Deutschland erfolgt der Vertrieb und Support über die Firma CAD-FEM GmbH.

Internet: <http://www.cadfem.de/>

A.1.2 Matlab®

MATLAB® ist ein kommerzielles Programm der Firma The Mathworks zur Lösung numerischer Probleme. Es wird im Rahmen dieser Arbeit dazu verwendet, ANSYS® im Batchmodus zu steuern. Somit kann effektiv eine hohe Anzahl an Simulationen mit variierenden Parametern durchgeführt werden. Außerdem wird ein Optimierungsalgorithmus implementiert, welcher das ANSYS®-Modell an Messergebnisse angleicht. MATLAB® wird in der Version R2012a (7.14.0.739) verwendet.

Internet: <http://www.mathworks.com/>

A.2 Dateien auf beiliegender CD

Es wird eine kurze Übersicht über die Dateien, in welchen die Programme zur Erstellung und Auswertung des Rechenmodells und für die Optimierungsalgorithmen gespeichert sind, gegeben. Da sowohl ANSYS® als auch MATLAB® während der Ausführung eines Programms auf mehrere Dateien zugreifen, ist es wichtig, dass die bestehende Ordner-Hierarchie erhalten bleibt. Zusätzlich zu den aufgelisteten Dateien befindet sich ein Ordner mit allen L^AT_EX- und Grafikdateien zur Erstellung dieses Dokuments auf der CD.

A.2.1 ANSYS®-Eingabedateien (*.mac)

Die Hauptdatei ist die Datei

- BSP_Eingabe.mac

In diese Datei werden folgende Dateien mit dem /INPUT-Befehl eingebunden:

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| • Brettsperrholzdecke.mac | • Modalanalyse.mac |
| • Sylomer_CEINTF.mac | • Harmonische_Analyse.mac |
| • Sylomer_TARGE_CONTA.mac | • Moden_Plotten.mac |
| • parameter_eingabe.mac | • knotenverschiebungen.mac |
| • parameter_brettsperrholzdecke. | • je nach gewähltem Plattenquer- |
| • parameter_sylomer.mac | schnitt eine Datei aus dem Ordner |
| | „BSP_Abmessungen“ |

Die Dateien „parameter_xxx.mac“ werden von MATLAB® in jedem Optimierungsschritt neu erstellt.

A.2.2 Matlab®-Dateien (*.m)

Dateien für die Methode des steilsten Abstiegs:

- eingabe_optimierung.m
- eingabe_optimierung_1_2_4_Platten_gleichzeitig.m

Datei für die Rastersuche:

- `eingabe_Rastersuche.m`

Zielfunktion für alle Optimierungen:

- `calc_rms.m`

Datei für die Berechnung der Abweichung von Rechenmodell zu Messung bei einer bestimmten Parameterkonfiguration:

- `eingabe_einzellauf.m`

A.2.3 Textdateien (*.txt)

In den MATLAB[®]-Programmen wird für das Arbeitsverzeichnis von ANSYS[®] bei der Erstellung der Batch-Datei der Ordner „Ansys_WD“ gewählt. In diesem befinden sich auf der CD die *.txt-Dateien, in welchen die Referenzeigenvektoren gespeichert sind, die von den MATLAB[®]-Programmen für die Berechnung der MAC-Werte benötigt werden.

Literaturverzeichnis

- [ANSYS] ANSYS, Inc.: *ANSYS 14.0 Help*. 2011. 275 Technology Drive, Canonsburg, PA 15317, U.S.A.:
- [Baier u. a. 1994] BAIER, H. ; SEESSELBERG, C. ; SPECHT, B.: *Optimierung in der Strukturdynamik*. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, 1994
- [Bletzinger 2008] BLETZINGER, K.-U.: *Theory of Plates - Part 1: Plane Stress / Plane Strain* / Lehrstuhl für Statik - Technische Universität München. 2008. – Vorlesungsskript
- [Bletzinger 2010] BLETZINGER, K.-U.: *Structural Optimisation I* / Lehrstuhl für Statik - Technische Universität München. 2010. – Vorlesungsskript
- [DIN 1052:2004-08] DIN 1052:2004-08: *Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau*
- [Ermanni 2010] ERMANNI, P.: *Faserverstärkte Kunststoffe* / Centre of Structure Technologies - ETH Zürich. 2010. – Vorlesungsskript
- [Firl 2010] FIRL, M.: *Optimal Shape Design of Shell Structures*, TU München, Dissertation, 2010
- [Friswell und Mottershead 1995] FRISWELL, M.I. ; MOTTERSHEAD, J.E.: *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Kluwer Academic Publishers, 1995
- [Gülzow 2008] GÜLZOW, A.: *Zerstörungsfreie Bestimmung der Biegesteifigkeiten von Brettsperrholzplatten*, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Dissertation, 2008
- [Grimsel 1999] GRIMSEL, M.: *Mechanisches Verhalten von Holz*, Technische Universität Dresden, Dissertation, 1999
- [Holzbau Deutschland 2012] HOLZBAU DEUTSCHLAND: *Lagebericht 2012*. Bund deutscher Zimmermeister. 2012. – URL http://www.holzbau-deutschland.de/aktuelles/lagebericht_und_statistiken
- [Kohrmann u. a. 2012] KOHRMANN, M. ; BUCHSCHMID, M. ; VÖLTL, R. ; MÜLLER, G. ; SCHANDA, U.: *Prognose von sekundärem Luftschall bei leichten Geschossdeckensystemen*. In: *Tagungsband DAGA* (2012)
- [Koschnick 2004] KOSCHNICK, F.: *Geometrische Locking-Effekte bei Finiten Elementen und ein allgemeines Konzept zu ihrer Vermeidung*, TU München, Dissertation, 2004

- [Lieblang 2000] LIEBLANG, P.: *Beitrag zur Beschreibung des elastischen Materialverhaltens von Holz mit Methoden der Mikromechanik*, Reinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 2000
- [Metsä Wood Merk GmbH 2012] METSÄ WOOD MERK GMBH: *Leno® Broschüre*. August 2012. – URL http://www.metsawood.de/bauundkonstruktion/downloads/Documents/Leno_Broschuere_DE_082012.pdf
- [Müller 2010] MÜLLER, G.: Continuum Mechanics and Tensor Analysis / Lehrstuhl für Baumechanik - Technische Universität München. 2010. – Vorlesungsskript
- [Müller 2011] MÜLLER, G.: Baudynamik / Lehrstuhl für Baumechanik - Technische Universität München. 2011. – Vorlesungsskript
- [Müller und Groth 2007] MÜLLER, G. ; GROTH, C.: *FEM für Praktiker - Band 1: Grundlagen*. 8. Auflage. expert verlag, 2007
- [Stelzmann u. a. 2006] STELZMANN, U. ; GROTH, C. ; MÜLLER, G.: *FEM für Praktiker - Band 2: Strukturdynamik*. 4. Auflage. expert verlag, 2006
- [Völzl u. a. 2012] VÖLTL, R. ; KOHRMANN, M. ; BUCHSCHMID, M. ; SCHANDA, U. ; MÜLLER, G.: Messung und Berechnung der Schwingungen von Holzdecken im Prüfstand. In: *Tagungsband DAGA* (2012)
- [Wikipedia 2012] WIKIPEDIA: *ANSYS(Software)*. Internet. Juni 2012. – URL <http://de.wikipedia.org/wiki/Ansys>
- [Winter 2012] WINTER, C.: *Messtechnische Untersuchung leichter Deckentragwerke im Wellenzahlbereich und Prognose der abgestrahlten Schallleistung*, Technische Universität München - Lehrstuhl für Baumechanik, Masterarbeit, 2012